



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 1.

- 1. Definujte pojmy:
  - hladká funkce na oblasti  $G \subset \mathbf{E}^r$
  - matematickým zápisem vystihněte geometrickou interpretaci abstraktního Lebesgueova integrálu
  - Kam míří  $\text{grad}f(\vec{a})$ ? Své tvrzení podpořte výpočtem.
  - Jaký je rozdíl mezi symboly  $\lambda(X)$  a  $\mu(X)$ ?
- 2. Vyslovte a dokažte základní větu teorie Riemannova integrálu.
- 3. Dokažte, že má-li funkce  $f(\vec{x}) : \mathbf{E}^r \mapsto \mathbf{R}$  na jistém okolí  $\mathcal{U}(\vec{a})$  bodu  $\vec{a}$  gradient, který je na  $\mathcal{U}(\vec{a})$  omezený, pak  $f(\vec{x})$  je v bodě  $\vec{a}$  spojitá. Kde se v důkazu užívá věta o ekvivalentních metrikách?
- 4. Vyslovte a komentujte Lebesgueovu větu. Porovnejte její znění s větou o záměně limity a integrálu, která byla probírána v rámci 01MAB3. Která věta je obecnější? Naleznete příklady, kdy k záměně nelze užít větu z 01MAB3, ale Lebesgueovu větu ano. Výpočet proveďte.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 2.

- 1. Definujte pojmy:
  - parciální derivace vyšších řádů
  - globální extrémny funkce více proměnných (Jakým způsobem se globální extrémny hledají? Jaké teoretické věty se při tom využívá?)
  - vnitřní a vnější míra vytvořená zadanou mírou
- 2. Popište postup při rozšiřování míry z  $\mathcal{H}_r$  na  $\mathcal{K}_r$ .
- 3. Vyslovte Fubiniovu větu pro Lebesgueův integrál. V čem spočívá extrémní aplikovatelnost této věty? Užití věty demonstруйте na příkladě výpočtu Gaussova integrálu.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o aditivitě Riemannova integrálu v mezích.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

### 3.


- 1. Definujte pojmy:
  - $\mu$ –měřitelná funkce
  - hladká regulární plocha
  - parciální derivace ve směru (pojem podrobně analyzujte)
- 2. Dokažte, že existuje-li v bodě  $\vec{a}$  totální diferenciál funkce  $f(\vec{x})$ , pak je funkce v tomto bodě spojitá.
- 3. Vyslovte a komentujte větu o substituci v Lebesgueově integrálu. Na příkladu integrálu

$$\int_{x^2+y^2 \leq \mathbb{R}^2} x^2 y^2 d(x, y) \quad (1)$$

ukažte propojení teoretického znění věty s praktickou stránkou výpočtu. Všechny symboly užití ve znění věty specifikujte tak, aby přesně popisovaly situaci z integrálu (1).

- 4. Dokažte větu o spojitosti složené funkce.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

#### 4.

- 1. Definujte pojmy:
  - parciální limity (Komentujte odlišnost od pojmu *limita vzhledem k množině*.)
  - regulární zobrazení
  - Lebesgueův integrál z obecné funkce
- 2. Vyslovte integrální formuli pro Lebesgueovu míru a první dvě etapy (pro  $\mathcal{H}_r$  a  $\mathcal{I}_r$ ) dokažte.
- 3. Vyslovte a komentujte Stokesovu větu.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o monotonii Riemannova integrálu.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 5.


- 1. Definujte pojmy:
  - direktní součet křivek
  - množinová funkce a některé její vlastnosti
  - třídy  $\mathcal{L}^*(E, \mu)$  a  $\mathcal{L}(E, \mu)$
- 2. Necht  $A = \mathbf{Q} \cap \langle 0, 4 \rangle$ . Rozhodněte, zda mají množiny  $A \times A$ , resp.  $A \times \langle 0, 4 \rangle$  klasickou Jordanovu, resp. Lebesgueovu míru.
- 3. Vyslovte a komentujte Greenovu větu. Na příkladu integrálu

$$\int_A \left( \frac{1}{x^2}; \frac{1}{y^2} \right) d\mu_c(x, y), \quad (2)$$

kde  $A$  je kružnice  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$  ukažte propojení teoretického znění věty s praktickou stránkou výpočtu. Všechny symboly užití ve znění věty specifikujte tak, aby přesně popisovaly situaci z integrálu (2).

- 4. Vyslovte a dokažte větu o tvaru koeficientů v totálním diferenciálu.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 6.

- 1. Definujte pojmy:
  - Jacobiho matice
  - plošný integrál prvního a druhého druhu (a důkaz jejich linearity)
  - úplná míra (příklady a protipříklady)
- 2. Ukažte, že  $\mathcal{H}_r \subset \mathcal{S}_r$  a  $\forall K \in \mathcal{H}_r : m(K) = \mu_\sigma(K)$ .
- 3. Vyslovte a komentujte větu o Lebesgueově integrálu z ekvivalentních funkcí. Její tvrzení dokažte pro případ funkcí ze základního systému.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o derivaci složené funkce.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 7.

- 1. Definujte pojmy:
  - funkce třídy  $\mathcal{C}^m(G)$ , kde  $G \subset \mathbf{E}^r$  je oblast
  - axiomatická definice míry
  - $\sigma$ -aditivita množinové funkce
- 2. Vyslovte a dokažte větu o Jacobiho matici inverzního zobrazení. Výsledek užitě k odvození vztahu mezi jacobiány obou zobrazení.
- 3. Dokažte: Každá spojitá funkce nabývá na neprázdné kompaktní množině svého maxima i minima.
- 4. Vyslovte a komentujte Leviho větu pro řady. Porovnejte její znění s větou o záměně sumy a integrálu, která byla probírána v rámci 01MAB3. Která věta je obecnější? Nalezněte příklady, kdy k záměně nelze užít větu z 01MAB3, ale Leviho větu ano. Výpočet proveďte.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017


vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 8.

- 1. Definujte pojmy:
  - gradient, divergence, rotace, Laplaceův operátor
  - základní systém  $\mathcal{Z}_\mu$
  - borelovský uzávěr
  - transformace prvního a druhého druhu
- 2. Necht  $D(x, y)$  je dvojrozměrná Dirichletova funkce. Ukažte, že  $(\mathcal{R}) \int_0^1 \int_0^1 D(x, y) dx dy$  neexistuje, zatímco  $D(x, y) \in \mathcal{L}(\langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle)$ .
- 3. Komentujte postačující podmínku pro vázaný lokální extrém. Podrobněji rozeberte, jak důležitý je předpoklad, že jistá Jacobiho matice má garantovanou hodnotu. Kde se tento fakt zúročí?
- 4. Vyslovte a dokažte Bolzano-Cauchyovu podmínku pro limitu funkce více proměnných.
- 5. Vyslovte a dokažte větu o Hessově matici implicitní funkce ve stacionárním bodě.






Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

9.

- 1. Definujte pojmy:
  - derivace funkce více proměnných a její geometrický význam
  - jednoduše uzavřená plocha
  - soustava  $\mathcal{S}_r$  a její analýza
- 2. Dokažte Kallmünzerovo lemma.
- 3. Vyslovte a komentujte věty o záměnnosti smíšených parciálních derivací. Jak tato věta souvisí s převodem Taylorovy řady do kompaktního tvaru?
- 4. Vyslovte a dokažte větu o monotónii Lebesgueova integrálu včetně pomocné věty.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 10.

- 1. Definujte pojmy:
  - vlastní limita funkce (a limita vzhledem k množině)
  - potence množiny
  - $\operatorname{argmin} f(\vec{x})$  a  $\operatorname{argmax} f(\vec{x})$
  - soustava  $\mathcal{H}_r$  a její rozbor
- 2. Vyslovte a dokažte větu o měřitelnosti ekvivalentních funkcí.
- 3. Vyslovte a komentujte větu o nezávislosti hodnoty křivkového integrálu na volbě parametrizace.
- 4. Vyslovte a dokažte nutnou podmínku pro vázané lokální extrémy (větu o Lagrangeových multipliktorech.) Důkaz demonstруйте na případu DVOU vazebních rovnic.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 11.

- 1. Definujte pojmy:
  - generující funkce a generující bod (pro teorii implicitních funkcí)
  - konečnost a  $\sigma$ –konečnost míry
  - analytická funkce
  - symbol  $\Lambda_\mu$
- 2. Dokažte (pouze na základě definic), že parciální derivace je speciálním případem derivace směřové. Pokuste se vyslovit (a dokázat) co nejobecnější tvar tvrzení.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o aditivitě Lebesgueova integrálu.
- 4. Vyslovte a dokažte Heineovu větu pro spojitost.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 12.

- 1. Definujte pojmy:
  - totální diferenciály vyšších řádů (definiční vztah a jeho rozbor) – podrobně vysvětlete rekurentní povahu této definice
  - stacionární a sedlový bod
  - ideální míra
- 2. Na základě rekurentní definice odvodte obecný tvar druhého totálního diferenciálu pro funkci  $f(x, y) \in \mathcal{C}^2(\mathbf{R}^2)$ .
- 3. Dokažte, že je-li funkce  $f(\vec{x})$   $\mu$ -měřitelná, pak pro každé  $c \in \mathbf{R}$  platí
  - $\{\vec{x} \in \mathbf{E}^r : f(\vec{x}) \geq c\} \in \mathcal{M}_\mu$ ,
  - $\{\vec{x} \in \mathbf{E}^r : f(\vec{x}) \leq c\} \in \mathcal{M}_\mu$ .
- 4. Vyslovte a dokažte větu o přírůstku.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 13.

- 1. Definujte pojmy:
  - defininiční obor, obor hodnot funkce, obraz a vzor množiny
  - křivkový integrál prvního a druhého druhu
  - rozšířený systém základních funkcí  $\mathcal{Z}_\mu^+$
  - ukažte (podle definice), že Heavisideova funkce  $\Theta(x)$  patří do  $\mathcal{Z}_\lambda^+ \setminus \mathcal{Z}_\lambda$
- 2. Popište postup při konstrukci Riemannova integrálu.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o limitě integrálu s parametrem. Dále vyslovte její důsledek týkající se spojitosti integrálu s parametrem.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o vzorci pro výpočet směrové parciální derivace.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 14.

- 1. Definujte pojmy:
  - $g_n(\vec{x}) \nearrow g(\vec{x})$
  - Taylorova řada funkce více proměnných
  - aditivní soustava množin, množinový okruh a množinová algebra
  - hmotnost, těžiště a moment setrvačnosti tělesa  $T$  o hustotě  $\rho(x, y, z)$
- 2. Popište postup při konstrukci Jordanovy míry.
- 3. Vyslovte a dokažte Taylorovu větu (o koeficientech Taylorovy řady).
- 4. Dokažte větu: Necht'  $A \in \mathbf{E}^r$  je otevřená množina a  $\vec{F}(\vec{x}) : \mathbf{E}^r \mapsto \mathbf{E}^r$  regulární zobrazení na  $A$ . Potom  $\vec{F}(A)$  je otevřená množina v  $\mathbf{E}^r$ .




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 15.

- 1. Definujte pojmy:
  - spojitost funkce (odlište od spojitosti vzhledem k množině)
  - plošná parametrizace a plocha
  - soustava  $\mathcal{K}_r$  a její analýza
- 2. Dokažte, že soustava  $\mathcal{K}_r$  je aditivní a množinová funkce  $m(X) : \mathcal{K}_r \mapsto \mathbf{R}$  také.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o  $\sigma$ -aditivitě Lebesgueova integrálu. Kde se v důkaze využívá vlastnost  $\sigma$ -konečnosti míry  $\mu(X)$ ?
- 4. Vyslovte a komentujte Gaussovu-Ostrogradského větu.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 16.

- 1. Definujte pojmy:
  - parciální derivace (pojem podrobně analyzujte)
  - lokální extrémy funkce více proměnných
  - jednoduchá plocha
  - osnova (*substructure*) soustavy množin
- 2. Dokažte: Nechť je dán prostor  $\{E, \mathcal{M}_r \subset 2^E, \mu(X)\}$  s ideální a  $\sigma$ -konečnou mírou. Nechť  $M \in \mathcal{M}_r$  je zvolena libovolně. Pak jednotková funkce


$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \dots & x \in M, \\ 0 & \dots & x \in E \setminus M, \end{cases}$$

patří do třídy  $\mathcal{L}^*(E, \mu)$  a navíc  $\mu(M) = \int_E \chi(x) \, d\mu(x)$ , resp.  $\mu(M) = \int_M 1 \, d\mu(x)$ .

- 3. Vyslovte postačující podmínku pro lokální extrém a tvrzení o lokálním minimu dokažte.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o funkci a kompaktní množině.






Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 17.

- 1. Definujte pojmy:
  - totální diferenciál funkce více proměnných (pojem totálního diferenciálu podrobně analyzujte)
  - těžiště křivky, resp. plochy
  - $\mu$ –skoro všude
  - prezident soustavy množin
- 2. Dokažte, že je-li funkce  $h(\vec{x}) \in \mathcal{Z}_\mu$  skoro všude nulová, pak integrál  $(\mathcal{L}) \int_{\mathbf{E}^r} h(\vec{x}) \, d\mu(\vec{x})$  vždy existuje a je nulový. Proč je k důkazu nutno užít předpoklad o úplnosti míry?
- 3. Na příkladu množin  $A = \langle 0, 1 \rangle \cap \mathbf{Q}$ ;  $B = \langle 0, 1 \rangle \setminus A$  dokažte, že vnější míra  $m_e(X)$  :  $\text{Sub}(\mathcal{K}_1) \mapsto \mathbf{R}^*$  vytvořená pro míru  $m(X) : \mathcal{K}_1 \mapsto \mathbf{R}^*$  nesplňuje některý z axiomů míry.
- 4. Vyslovte a dokažte nutnou podmínku pro lokální extrém.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

18.

- 1. Definujte pojmy:
  - funkce zadané implicitně soustavou rovnic
  - Riemannův integrál přes obecnou množinu
  - nosič funkce a pojem finitní funkce
- 2. Popište postup při konstrukci Lebesgueovy míry.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o převodu abstraktního Lebesgueova integrálu na klasický.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o implicitních funkcích.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 19.

- 1. Definujte pojmy:
  - křivková parametrizace, křivka a její významné body
  - $\sigma$ -aditivní soustava,  $\sigma$ -okruh a  $\sigma$ -algebra
  - soustava  $\mathcal{D} = \{X \subset \mathbf{E}^r : X = X^\circ\}$  a její analýza
- 2. Popište základní kroky při konstrukci Lebesgueova integrálu. Proč limita z druhého kroku vždy existuje?
- 3. Dokažte implikaci:  $f(\vec{x}) \in \mathcal{L}(E, \mu) \Rightarrow |f(\vec{x})| \in \mathcal{L}(E, \mu)$  a diskutujte také platnost obrácené implikace.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o Jacobiho matici složeného zobrazení.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

20.

- 1. Definujte pojmy:


- implicitní funkce zadaná jedinou rovnicí

$$H(x_1, x_2, \dots, x_r, x_{r+1}) = 0$$

(Pojem definujte a podrobně rozeberte podmínky nezbytné pro garanci existence takové implicitní funkce.)

- kritický generující bod
  - Heavisideova skoková funkce  $\Theta(x)$
  - vytvořující funkce míry
- 2. Dokažte: Necht' funkce  $f(\vec{x}) : \mathbf{E}^r \mapsto \mathbf{R}$  má na jistém okolí bodu  $\vec{a} \in \mathbf{E}^r$  derivaci, která je na tomto okolí spojitá. Pak má v bodě  $\vec{a}$  totální diferenciál.
  - 3. Vyslovte a dokažte větu o aditivitě křivkového integrálu v mezích.
  - 4. Dokažte, že aditivní a nezáporná reálná množinová funkce na neprázdném okruhu je mírou.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 21.

- 1. Definujte pojmy:
  - identita a inverzní zobrazení
  - jednoduchá křivka
  - polookruh (Proč je každý okruh polookruhem?)
  - Lebesgueův integrál z funkcí ze základního systému  $\mathcal{Z}_\mu$
- 2. Dokažte větu: Necht  $\vec{F}(\vec{x}) : \mathbf{E}^r \mapsto \mathbf{E}^r$  je regulární a prosté zobrazení na množině  $M \subset \mathbf{E}^r$ . Pak k němu existuje inverzní zobrazení  $\vec{G}(\vec{x}) : \mathbf{E}^r \mapsto \mathbf{E}^r$ , které je na množině  $\vec{F}(M)$  regulární a prosté.
- 3. Vyslovte a komentujte větu o vztahu Riemannova a Lebesgueova integrálu. Dále vyslovte a komentujte větu o vztahu Newtonova a Lebesgueova integrálu.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o vzoru otevřené množiny.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 22.

- 1. Definujte pojmy:
  - hladká regulární křivka
  - minimální okruh generovaný soustavou (kromě definice zmiňte i příslušnou existenční větu)
  - Lebesgueův integrál z funkcí z rozšířeného základního systému  $Z_{\mu}^+$  (Čím je garantováno, že definiční vztah funguje formálně správně?)
- 2. Vyslovte a dokažte větu o Hessově matici, tj. větu o elementární vlastnosti Hessovy matice.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o konvergenci Taylorova polynomu k výchozí funkci.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o obrazu souvislé množiny.




Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 23.

- 1. Definujte pojmy:
  - po částech hladká regulární křivka
  - klasická varianta Lebesgueova integrálu a třídy  $\mathcal{L}^*(\mathbf{E})$  a  $\mathcal{L}(\mathbf{E})$
  - Do které ze tříd  $\mathcal{L}^*(\mathbf{R})$ , resp.  $\mathcal{L}(\mathbf{R})$  patří funkce  $g(x) = \frac{\Theta(x)}{x}$  a  $h(x) = \frac{1}{x}$ ?
- 2. Dokažte existenční větu pro křivkový integrál.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o derivaci integrálu s parametrem.
- 4. Vyslovte větu o linearitě Lebesgueova integrálu (pro násobek dokažte).



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

## 24.

- 1. Definujte pojmy:
  - zavedení míry na soustavě  $\mathcal{H}_r$
  - uzavřená křivka
  - borelovská množina
  - prostor s ideální mírou a jeho podprostor (jako východisko konstrukce integrálu)
- 2. Které množiny jsou borelovské? Podrobně rozeberte.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o separabilitě Lebesgueova integrálu.
- 4. Diskutujte vztah limit


$$\lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{a}, \vec{x} \in M} f(\vec{x}), \quad \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{a}, \vec{x} \in N} f(\vec{x})$$

a praktické aplikace tohoto vztahu.

- 5. Vyslovte základní větu o měřitelnosti.






Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

25.

- 1. Definujte pojmy:
  - Hessova matice a její vlastnosti
  - Riemannův integrál přes dvoudimenzionální interval
  - $\mu$ –ekvivalentní funkce
- 2. Reformulujte postačující podmínku pro lokální extrém do tvrzení využívajícího vlastností Hessovy matice.
- 3. Vyslovte a komentujte větu o rozšíření míry z polookruhu na minimální okruh jím generovaný. Dokažte, že toto rozšíření je jednoznačné (ve smyslu hodnoty míry).
- 4. Vyslovte a dokažte větu o Taylorově vzorci.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB4 (akademický školní rok 2016/2017)		
Příjmení a jméno studenta	Průběžné hodnocení	Datum a finální hodnocení
		??/05/2017

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

26.

- 1. Definujte pojmy:
  - Taylorův vzorec (a jeho vztah k Taylorově řadě)
  - Analyzujte pojem implicitní funkce  $z(x, y)$  zadané rovnicí  $F(x, y, z) = 0$ . Jaké předpoklady musí  $F(x, y, z)$  splňovat? Na základě jakých předpokladů lze odvodit hodnotu

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} ?$$

- soustava  $\mathcal{M}_r$  a její analýza
- 2. Vyslovte a komentujte srovnávací kritérium pro Lebesgueův integrál.
- 3. Vyslovte a dokažte Heineho větu pro limitu funkce více proměnných.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o kvadratické formě druhého totálního diferenciálu.



**Neopomeňte si připomenout základní pojmy z předešlých semestrů. Speciálně prostudujte níže uvedené pojmy, věty a postupy.**

1. vektorový prostor, jeho báze a dimenze
2. ortogonální doplněk podprostoru  $\mathcal{V}$  v prostoru  $\mathcal{W}$
3. věty o záměnách (pro posloupnosti a řady funkcí jedné proměnné)
4. typologie bodů v množině (vnitřní, hraniční, hromadný, izolovaný, ...)
5. typologie množin (otevřená, kompaktní, uzavřená, oblast, ...)
6. definitnost kvadratických forem a jejich určování
7. formální řešení diferenciální rovnice
8. rozvoj funkce jedné proměnné v řadu (a její obor konvergence)
9. metrika, norma a skalární součin
10. ekvivalentnost norm/metrik
11. řešení diferenciálních rovnic (separace, integrační faktor, rovnice s konstantními koeficienty a Eulerova rovnice)