Příjmení a jméno	1	2	3	4	5	6	CELKEM

Zápočtová písemná práce č. 1 z předmětu 01MAB3 – varianta A

úterý 28. listopadu 2017, 9:20–11:20

1 (8 bodů)
Lze nebo nelze k rozhodnutí o stejnoměrné konvergence řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x \ln(n)}{\sqrt{n^6 + n^2 x^4}}$$

na intervalu $\langle 0, +\infty)$ užít Weierstrassova kritéria? Podrobně diskutujte!

2 (9 bodů)
Nalezněte formální řešení diferenciální rovnice

$$2y' + 3\frac{y + 6x}{y + 3x} = \frac{y}{x}$$

vyhovující podmínce $y(1) = -1$.

3 (9 bodů)
Vypočítejte

$$\lim_{n \to \infty} \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{n^4 + xn^2 + x^2}{n^4 + x^2} \right) \mathrm{d}x$$

a diskutujte oprávněnost všech užitých postupů.

4 (8 bodů)
Sestavte Maclaurinovu řadu funkce

$$G(x) = \int_0^x \frac{1 - \mathrm{e}^{-y^2}}{y^2} \, \mathrm{d}y$$

a určete její obor konvergence O. Dále rozhodněte, zda uvedená řada stejnoměrně konverguje na O. Podrobně vysvětlete!

5 (7 bodů)
Řešte Cauchyovu úlohu

$$y' + \frac{4x}{1 + x^2} y = \frac{1 + 3x^2}{(1 + x^2)^2}; \quad y(1) = 2.$$

Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze							CELKEM
Příjmení a jméno	1	2	3	4	5	6	

Zápočtová písemná práce č. 1 z předmětu 01MAB3 – varianta B

úterý 28. listopadu 2017, 9:20–11:20

1 (8 bodů)
Vyšetřete obor konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n-1)!!}{(2n-1)!} \frac{(x-1)^n}{n}.$$

2 (7 bodů)
Aplikací teorie taylorovských rozvojů určete hodnotu derivace $g^{(42)}(0)$ pro funkci

$$g(x) = \frac{1+x^2}{\sqrt{1-x^2}}.$$

3 (8 bodů)
Řešte obyčejnou diferenciální rovnici

$$y' + (x^2-4)\frac{y}{x} = \frac{x^9}{y},$$

jež je zadána společně s podmínkou $y(1) = -2$.

4 (8 bodů)
Pro rovnici

$$x^3y''' + x^2(3x-6)y'' + 6x(3-2x)y' + 6(3x-4)y = 0$$

je prostorem všech jejích řešení lineární obal $\Omega_0 = [x^2, x^3, \omega(x)]_\lambda$. Čemu se rovná $\omega(x)$?

5 (10 bodů)
Vyšetřete stejnoměrnou konvergenci posloupnosti funkcí

$$\left(\frac{n^2(x-3n)}{x(n^3+x^3)}\right)_{n=1}^{\infty}$$

na intervalu $(0, +\infty)$.

Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze							CELKEM
Příjmení a jméno	1	2	3	4	5	6	

Zápočtová písemná práce č. 1 z předmětu 01MAB3 – varianta C

pátek 8. prosince 2017, 9:20–11:20

1 (9 bodů)
Rovnice $xy' + (x-1)y = x^2$ a

$$x^2(2x-1)y'' + (2x - 10x^2 + 8x^3)y' + (-2 + 10x - 13x^2 + 6x^3)y = 0$$

mají neprázdný průnik fundamentálních systémů. Jaká jsou jejich řešení?

2 (8 bodů)
Abelovým kritériem rozhodněte o stejnoměrné konvergenci řady funkcí

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x \ln(n)}{\sqrt{n}(x^2 + n^2)}$$

na množině $\langle 0, \infty)$.

3 (9 bodů)
Nalezněte součet

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m+1}{4^m m}.$$

4 (6 bodů)
Rozhodněte, zda posloupnost funkcí

$$\left(\frac{\sqrt{n}}{3\sqrt{n} + x} \right)_{n=1}^{\infty}$$

konverguje na množině $\langle 0, \infty)$ stejnoměrně.

5 (8 bodů)
Vyšetřete obor konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{5^n (2n)!} (x-5)^n.$$