

Zápočtová písemná práce z předmětu 01SMB1 – varianta a

úterý 10. prosince 2019, 13:30–14:15

**1** (3 body)

Nechť je na Hilbertově prostoru zadán skalární součin předpisem

$$\langle f|g \rangle := 35 \int_0^1 f(x)g(x)x^2 dx.$$

Vypočítejte vzdálenost  $\varrho(x, x^2)$ .**2** (3 body)Nalezněte matici  $\mathbb{R}$  tak, aby zobrazení  $\vec{x} = \mathbb{R}\vec{y}$  převedlo kvadratickou formu

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1^2 - 2x_2^2 - x_3^2 + 9x_4^2$$

do normálního tvaru.

**3** (3 body)Určete obě signatury kvadratické funkce  $Q(x, y, z) = x^2 + 6xy - 2xz + 10y^2 - 2yz + 1$ .**4** (3 body)Vykresejte okolí  $\mathcal{U}_6(0, 0)$  bodu  $(0, 0)$  v Hilbertově prostoru  $\mathbf{R}^2$  se skalárním součinem

$$\vec{x}^T \begin{pmatrix} 36 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \vec{y}.$$

Příjmení a jméno	1	2	3	4	5	6	CELKEM

## Zápočtová písemná práce z předmětu 01SMB1 – varianta b

úterý 10. prosince 2019, 13:30–14:15

1 (3 body)

Určete obě signatury kvadratické funkce  $Q(x, y, z) = x^2 - 4xy + 2xz + 3y^2 - 6yz + 9$ .

2 (3 body)

Vykreslete okolí  $\mathcal{U}_{20}(0, 0)$  v metrickém prostoru  $\mathbf{R}^2$  s metrikou

$$\kappa(\vec{x}, \vec{y}) = 4|x_1 - y_1| + 5|x_2 - y_2|.$$

3 (3 body)

Nalezněte čísla  $a, b \in \mathbf{R}$  tak, aby funkce  $g(x) = ax + b$  byla v prehilbertově prostoru  $C(\langle -1, 2 \rangle)$  kolmá k funkci  $h(x) = -x$  a měla normu rovnou devíti. Skalární součin je zaveden předpisem

$$\langle y(x) | z(x) \rangle := \int_{-1}^2 y(x)z(x) dx.$$

4 (3 body)

Sestavte diferenciální rovnici, pro níž  $\Omega_q = [1, x^2, x^2 + 4]_\lambda - 7x$ .