

Zápočtový test z předmětu 01SMB2 – varianta C

úterý 2. dubna 2019, 9:30–10:15

1

Borelovským uzávěrem soustavy množin \mathcal{A} rozumíme nejmenší možný σ -okruh obsahující \mathcal{A} . Nechť \mathcal{D} je soustava všech otevřených jednodimenzionálních množin. Rozhodněte a detailně zdůvodněte, zda do jejího borelovského uzávěru patří jednoprvkové množiny.

2

Nechť je jednodimenzionální Lebesgueova míra $\mu(X)$ zadána vytvořující funkcí

$$\varphi(x) = \Theta(x) + 2\Theta(x-1) + 3\Theta(x-2) + \Theta(x-3).$$

Vypočítejte $\mu(\mathbf{N})$, kde \mathbf{N} je množina všech přirozených čísel.

3

Nechť je jednodimenzionální Lebesgueova míra $\mu(X)$ zadána vytvořující funkcí

$$\varphi(x) = \Theta(x) + 2\Theta(x-1) + 3\Theta(x-2) + \Theta(x-3).$$

Vypočítejte integrál

$$\int_{\{1,2,3\}} x^2 \sin(\pi x/2) d\mu(x).$$

4

Náhodná veličina X je popsána distribuční funkcí z obrázku. Jaká je pravděpodobnost, že X padne do intervalu $\langle 3/2; 5/2 \rangle$?

