

Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze							CELKEM
Příjmení a jméno	1	2	3	4	5	6	

## Zkoušková písemná práce z předmětu 01MMD – varianta 01

čtvrtek 10. června 2020, 13:00–15:00

**1** (10 bodů)

Zformulujte a vyřešte mikroskopický dopravní model vedoucí ke Greenshieldsovým makroskopickým vztahům publikovaným v roce 1935. Ukažte, jak lze na základě známých statistik empirických rozestupů (prostorových i časových – viz hupsti níže) kalibrovat konstanty, které vystupují ve finálních makroskopických vztazích. Užijte k tomu distribuce stanovené pro systém s maximální intenzitou proudění:

$$g(x) = 40^2 x e^{-40x} \quad (x \text{ je prostorový rozestup (headway) v kilometrech),}$$

$$f(t) = \frac{16}{9} t e^{-\frac{4t}{3}} \quad (t \text{ je časový rozestup (headway) v sekundách).}$$

Nezaměňte různé varianty statistického průměrování, jež se vyskytují v odvození modelu!

**2** (7 bodů)

Počet částic dopravního systému je popsán funkcí

$$N(x, t) = A \int_{-\infty}^x \sum_{k=1}^N (y - \alpha_k(t))^2 e^{-\frac{(y - \alpha_k(t))^2}{2s^2}} dy.$$

Čemu se musí rovnat (z logiky zavedení) číslo  $A$ ? Po vyčíslení konstanty  $A$  dále vypočítejte limitu

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \rho(x, t).$$

**3** (4 body)

Vysvětlete, co je kinematická vlna, a výklad doprovodte rámcovým výpočtem propagační rychlosti kinematické vlny a alespoň jedním ilustračním obrázkem, na kterém kinematické vlnění vysvětlíte.

**4** (10 bodů)

Odvoďte tvar hustoty pravděpodobnosti pro vzdálenost částic v termodynamickém dopravní plynu s logaritmickým potenciálem a neceločíselnou hodnotou statistické rezistivity. Užijte k tomu aproximaci vhodného integrálu v sedlovém bodě. Jaký typ distribuce je výsledkem?

**5** (7 bodů)

Pro model TASEP splňující podmínku komutativity odvoďte obecný předpis pro statistické rozdělení světlostí a upravte ho do jednoduchého tvaru. V limitě pro velké  $N$  pak vypočítejte střední světlost.

**6** (12 bodů)

Na základě Lighthillova-Whithamova popisu dopravního systému odvoďte nelineární Burgersovu diferenciální rovnici pro dopravní proudění. Převeďte ji do příslušné lineární alternativy.