

Jméno studenta (tiskacím písmem)	1	2	3	BONUS	ČÁST A	PC	CELKEM BODŮ

Celkové hodnocení zkoušky (ve formátu A,B,C,D,E,F):	Podpis studenta:
--	-------------------------

Zkoušková písemná práce č. 1 z předmětu 01TNM

čtvrtek 21. ledna 2016, 12:30–14:00

1 (30 bodů)

Odvoďte sdruženou hustotu pravděpodobnosti a level spacing distribuci pro vlastní čísla unitárních náhodných matic třídy GUE(N) pro $N = 2$. Užijte faktu, že je-li $\varrho(\lambda_1, \lambda_2)$ sdružená hustota pravděpodobnosti, pak se level spacing distribuce $\wp(r)$ vypočte podle vztahu

$$\wp(r) = \Theta(r) \left[\int_{\mathbf{R}} \varrho(r+x, x) dx + \int_{\mathbf{R}} \varrho(x-r, x) dx \right].$$

2 (8 bodů)

Vyslovte definici spektrální hustoty (level density) a odvoďte její konkrétní podobu pro poissonovské matice s diagonálními prvky vybranými z lineárního rozdělení $A\Theta(x)\Theta(4-x)x$. Pro tuto konkrétní spektrální hustotu vykreslete co nejpřesněji příslušnou distribuční funkci. Zapište její analytickou podobu v kompaktním tvaru.

3 (12 bodů)

Popište (obecně a co nejkorektněji) unfoldovací proceduru. Pro poissonovské matice POI(N) pro $N = 4$ z předešlého příkladu pak vypočítejte, na jaké hodnoty zobrazí kompletní unfoldovací procedura původní vlastní čísla $x_1 = 1$, $x_2 = \sqrt{7}$, $x_3 = 4/3$ a $x_4 = 2$.

4 (PC úloha – nepovinná) *Správným vyřešením této úlohy lze vylepšit celkové hodnocení získané na základě výsledků úloh 1–3 o jeden stupeň (za předpokladu, že první část nebyla hodnocena stupněm F.)* Generujte tridiagonální symetrické náhodné matice řádu $N = 100$, jejichž nenulové prvky jsou vybrány z Erlangova rozdělení $q(x) = 4\Theta(x)xe^{-2x}$.

- Vykreslete histogram spektrální hustoty. Opakovanými realizacemi náhodných matic korigujte jeho hladkost.
- Vykreslete graf statistické rigidity $\Delta(L)$ pro hodnoty $L = \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : 6$. Rigidity analyzujte pro neunfoldované spektrum. Spektrum pouze škálujte na jednotkovou střední hodnotu level-spacingu.

K zisku minimálního pozitivního hodnocení (E) je třeba, aby součet bodů z prvních tří příkladů byl větší než 24 a součin byl různý od nuly. Bonusové body se započítávají až po splnění předešlé podmínky!

Jméno studenta (tiskacím písmem)	1	2	3	BONUS	ČÁST A	PC	CELKEM BODŮ

Celkové hodnocení zkoušky (ve formátu A,B,C,D,E,F):	Podpis studenta:
---	------------------

Zkoušková písemná práce č. 2 z předmětu 01TNM

úterý 16. února 2016, 13:00–14:30

1 (30 bodů)

Odvoďte sdruženou hustotu pravděpodobnosti pro vlastní čísla náhodných matic třídy $GOE(N)$ pro velké N . Svůj výpočet podrobně komentujte!

2 (12 bodů)

Vyslovte a dokažte větu o unfoldingu. Důkaz podrobně komentujte! Poté vyslovte korektní definici unfoldovací procedury.

3 (12 bodů)

Nechť je sdružená hustota pravděpodobnosti pro vlastní čísla náhodných matic 2×2 popsána formulí $\varphi(\lambda_1, \lambda_2)$. Ze znalosti této sdružené hustoty pravděpodobnosti odvoďte obecný tvar level spacing distribuce.

4 (PC úloha – nepovinná) *Správným vyřešením této úlohy lze vylepšit celkové hodnocení získané na základě výsledků úloh 1–3 o jeden stupeň (za předpokladu, že první část nebyla hodnocena stupněm F.)* Generujte tridiagonální symetrické náhodné matice řádu $N = 100$, jejichž nenulové prvky jsou vybrány z Erlangova rozdělení $q(x) = 4\Theta(x)xe^{-2x}$.

- Vykreslete histogram spektrální hustoty. Opakovanými realizacemi náhodných matic korigujte jeho hladkost.
- Vykreslete graf statistické rigidity $\Delta(L)$ pro hodnoty $L = \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : 6$. Rigidity analyzujte pro neunfoldované spektrum. Spektrum pouze škálujte na jednotkovou střední hodnotu level-spacingu.

K zisku minimálního pozitivního hodnocení (E) je třeba, aby součet bodů z prvních tří příkladů byl větší než 24 a součin byl různý od nuly. Bonusové body se započítávají až po splnění předešlé podmínky!