

DVOJROZMĚRNÁ δ - FUNKCE JAKO LIMITA REÁLNÉ FUNKCE

Funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi^2(x^2+y^2)} \sin\left(\frac{x^2}{\varepsilon^2} + \frac{y^2}{\varepsilon^2}\right)^{1/2} & (x, y) \neq \bar{0} \\ 0 & (x, y) = \bar{0} \end{cases}$$

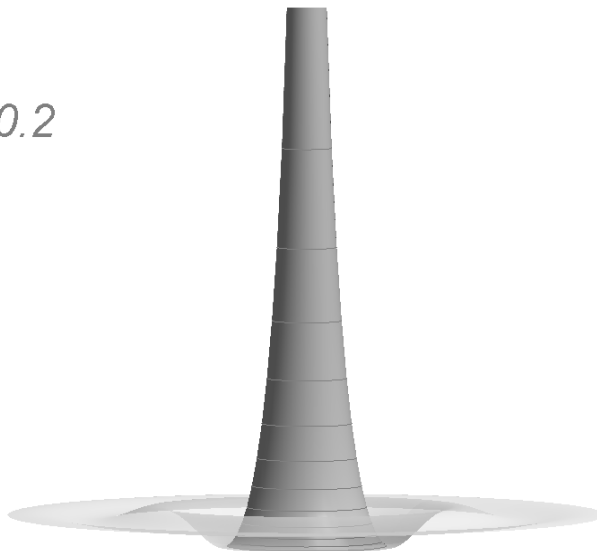
není na \mathbb{R}^2 omezená, ale přesto má konečný integrál

$$\iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, dx dy = 1.$$

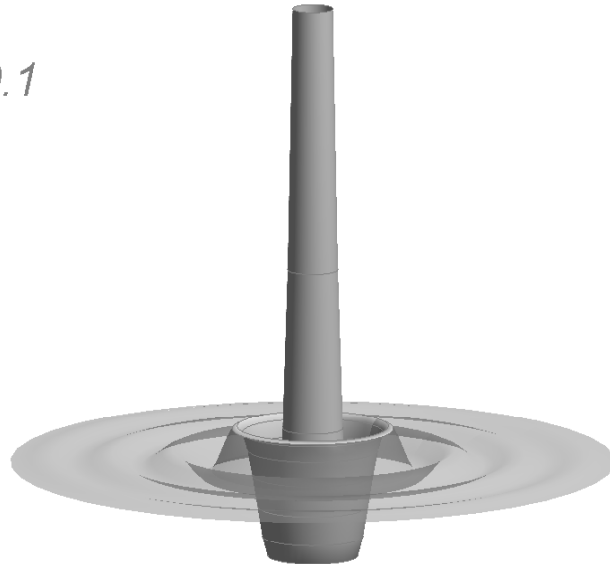
Navíc však pro $\varepsilon \rightarrow 0_+$ konverguje tato funkce ke dvojrozměrné δ -funkci, tedy

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \frac{1}{\pi^2(x^2 + y^2)} \sin\left(\frac{x^2}{\varepsilon^2} + \frac{y^2}{\varepsilon^2}\right)^{1/2} = \delta(x, y).$$

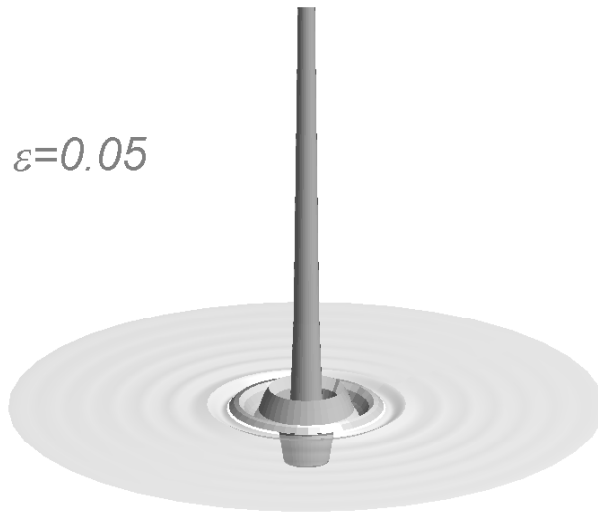
$\varepsilon=0.2$



$\varepsilon=0.1$



$\varepsilon=0.05$



$\varepsilon=0.005$

