





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

1.

- 1. Definujte pojmy:
 - mocninná řada a její obor a interval konvergence
 - metrika generovaná normou
 - třídy funkcí Ω_0 a Ω_q příslušné operátoru \hat{L}
 - kanonická matice přidružená k matici \mathbb{A}
- 2. Stanovte signatury kvadriky $x^2 + y^2 - z^2 - 2w = 0$.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o ekvivalentnosti konvergence posloupnosti ve dvou různých Hilbertových prostorech.
- 4. Vyslovte a dokažte zákon setrvačnosti kvadratických forem. Zformulujte také jeho bezprostřední důsledek.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

2.

- 1. Definujte pojmy:
 - diferenciální rovnice se separovanými proměnnými
 - střed kvadriky
 - elipsoid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - spočetná a nespočetná množina
- 2. Vyslovte a dokažte větu o nutné podmínce pro stejnoměrnou konvergenci řad funkcí.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o počtu limit posloupnosti v obecném metrickém prostoru.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o metrice generované normou.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

3.

- 1. Definujte pojmy:
 - posloupnost funkcí a její limita
 - exaktní diferenciální rovnice
 - dvoudílný hyperboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - norma generovaná skalárním součinem
- 2. Vyslovte a dokažte větu o integračním faktoru.
- 3. Vyslovte větu o poloměrech konvergence mocninných řad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n x^n)'$. Tvrzení dokažte na základě předpokladu, který vystupuje ve větě o výpočtu poloměru konvergence mocninné řady.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

4.

- 1. Definujte pojmy:
 - obor konvergence posloupnosti funkcí
 - homogenní diferenciální rovnice
 - rovnoběžné a imaginární rovnoběžné roviny (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - cauchyovská posloupnost prvků v množině
- 2. Vyslovte a dokažte Taylorovu větu.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o vztahu pozitivní definitnosti kvadratické formy a vlastních číslech její matice.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

5.

- 1. Definujte pojmy:
 - bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti funkcí (rozdíl podrobně vysvětlete pomocí obrázku)
 - wronskián
 - okolí a redukované okolí bodu při zadané metrice
 - konvergence podle normy
- 2. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti součtu mocninné řady na intervalu konvergence. Dále vyslovte Abelovu větu.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o vztahu cauchyovské a konvergentní posloupnosti.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

6.

- 1. Definujte pojmy:
 - řada funkcí a její součet
 - lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty
 - rovnoběžky a imaginární rovnoběžky (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu
 - vše podpořte výpočtem)
 - vnitřní bod množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o řešení exaktní diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte větu o rozšíření jednodimenzionální metriky na vícedimenzionální. Diskutujte její aplikaci při zavedení skokové metriky.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

7.

- 1. Definujte pojmy:
 - bodová a stejnoměrná konvergence řady funkcí
 - charakteristický polynom lineární diferenciální rovnice
 - imaginární kužel (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - hromadný a izolovaný bod množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o snížení řádu diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o záměně limity a sumy.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

8.

- 1. Definujte pojmy:
 - majorantní řada funkcí
 - fundamentální systém řešení diferenciální rovnice
 - eliptický válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - význam symbolu $C^1(I)$ - A jakou vlastnost musí I mít? A proč?
- 2. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti limitní funkce u posloupnosti funkcí.
- 3. Vyslovte a komentujte Abelovo a Dirichletovo kritérium.
- 4. Vyslovte a dokažte základní větu teorie diferenciálních rovnic (o dimenzi Ω_0). Vysvětlete, proč je tato věta nejdůležitější teoretickou větou celé teorie.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu



9.

- 1. Definujte pojmy:
 - Eulerova diferenciální rovnice
 - hyperbolický paraboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - úplný metrický prostor (příklady a protipříklady)
- 2. Vyslovte a dokažte větu o středu kvadriky.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o podprostoru

$$[e^{\alpha x}, xe^{\alpha x}, x^2 e^{\alpha x}, \dots, x^{k-2} e^{\alpha x}, x^{k-1} e^{\alpha x}]_{\lambda}$$

prostoru všech řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

10.

- 1. Definujte pojmy:
 - poloměr konvergence mocninné řady
 - vzdálenost dvou množin (při dané metrice)
 - regulární kvadrík
 - hraniční bod množiny
- 2. Dokažte větu o tvaru partikulárního řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty s polynomickou pravou stranou.
- 3. Vyslovte a dokažte Bolzano-Cauchyovu podmínku pro stejnoměrnou konvergenci posloupnosti funkcí.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o derivování řady funkcí člen po členu.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

11.

- 1. Definujte pojmy:
 - Taylorova řada funkce
 - bilineární forma, její maticový zápis a její vlastnosti
 - otevřená a uzavřená množina
 - operátor připouštějící triviální snížení řádu
- 2. Vyslovte a dokažte srovnávací kritérium pro řady funkcí a vysvětlete, proč je Weierstrassovo kritérium jeho speciálním případem.
- 3. Vyslovte a komentujte větu o integrování řady funkcí člen po členu.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti skalárního součinu.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

12.

- 1. Definujte pojmy:
 - analytická funkce (Která funkce není analytická? Uveďte konkrétní příklad a diskutujte proč tomu tak je.)
 - rozšířená kvadratická forma a její matice
 - imaginární elipsoid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - derivace množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o metodě variace konstant.
- 3. Popište postup při praktické aplikaci metody variace konstant. Odkud je tento postup odvozen?
- 4. Vyslovte a dokažte větu o záměně sumy a integrálu pro řady funkcí.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu



13.

- 1. Definujte pojmy:
 - imaginární válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - souvislá množina
 - kladný, záporný a nulový index setrvačnosti
- 2. Dokažte větu o existenci a jednoznačnosti řešení Cauchyovy úlohy pro diferenciální rovnici s nenulovou pravou stranou.
- 3. Vyslovte a dokažte následující tvrzení o konvergenci podle normy:

$$f_n(x) \overset{\langle a,b \rangle}{\rightrightarrows} f(x) \Rightarrow f_n(x) \rightarrow f(x).$$

- 4. Stanovte signatury kvadriky $xy + xz + yz = 0$.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

14.

- 1. Definujte pojmy:
 - Taylorův vzorec (důkladně rozeberte)
 - kvadratická forma, její maticový zápis a některé vlastnosti
 - metrika (obecně)
 - omezená množina
- 2. Odvodte řešení rovnice se separovatelnými proměnnými aplikací obecného řešení exaktní diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte a dokažte Abelovo lemma.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

15.

- 1. Definujte pojmy:
 - prehilbertovské prostory funkcí
 - hyperbolický válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - vzdálenost bodu od množiny při zadané metrice
 - význam symbolu $C(M)$



- 2. Dokažte, že předpis

$$\int_a^b f(x)g(x)w(x) dx$$

zadává na prostoru spojitých funkcí na intervalu $\langle a, b \rangle$ skalární součin. Jaké předpoklady kladete na pevně zvolenou váhu $w(x)$?

- 3. Vyslovte a dokažte větu o obecném tvaru řešení lineární diferenciální rovnice.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o výpočtu poloměru konvergence mocninné řady.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

16.

- 1. Definujte pojmy:
 - Eulerův diferenciální operátor
 - signatury kvadriky
 - ekvivalentní normy
 - Hilbertův prostor
- 2. Vyslovte a dokažte základní větu teorie mocninných řad (o stejnoměrné konvergenci).
- 3. Vyslovte a dokažte Schwarzovu-Cauchyovu-Buňakovského nerovnost.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu



17.

- 1. Definujte pojmy:
 - kužel (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - Cauchyova úloha pro lineární diferenciální rovnici
 - oblast a kompaktní množina
 - monom a centrováný monom
- 2. Vyslovte a dokažte Bolzano-Cauchyovu podmínku pro stejnoměrnou konvergenci řad funkcí.
- 3. Vyslovte a komentujte věty o partikulárním řešení lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty se speciálními pravými stranami.
- 4. Proč předpis

$$\int_a^b f(x)g(x) dx$$

nezadává na prostoru po částech spojitých funkcí na intervalu $\langle a, b \rangle$ skalární součin? Vyslovte také definici po částech spojitě funkce.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu



18.

- 1. Definujte pojmy:
 - normální a kanonický tvar kvadratické formy
 - parabola (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - ρ_p -metrika
 - konečná a nekonečná množina
- 2. Vyslovte a dokažte větu o záměně limity a integrálu u posloupnosti funkcí.
- 3. Vyslovte návod na řešení Eulerovy diferenciální rovnice.
- 4. Dokažte, že předpis

$$\|f\|_\sigma := \max_{x \in \langle a, b \rangle} |f(x)|$$

zadává normu na $\mathcal{V} = C(\langle a, b \rangle)$.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

19.

- 1. Definujte pojmy:
 - Bernoulliho diferenciální rovnice
 - polární báze kvadratické formy
 - různoběžné roviny a imaginární různoběžné roviny (vyšetřete obě signatury, centralnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - Nechť A, B jsou libovolné množiny. Jak se definuje kartézský součin $A \times B$?
- 2. Vyslovte a dokažte větu o závislých funkcích a jejich wronskiánu.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o polární bázi.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o limitě Lagrangeova zbytku, v níž se v předpokladech objevuje požadavek na omezenost derivací $f^{(n)}(x)$.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

20.

- 1. Definujte pojmy:
 - zúžení a rozšíření řešení diferenciální rovnice – Proč se tyto dva pojmy v teorii zavádějí?
 - signatura kvadratické formy
 - σ –metrika
 - oddělené a disjunktní množiny
- 2. Vyslovte a dokažte větu o obecném (nelineárním) řešení homogenní diferenciální rovnice.
- 3. Vyslovte a komentujte zákon setrvačnosti kvadratických ploch a jeho důsledek.
- 4. Zformulujte tzv. supremální kritérium pro řady funkcí a diskutujte, na kterém významném tvrzení je založen jeho důkaz. Vysvětlete jednostrannost tohoto kritéria. Nezaměňte se supremálním kritériem pro posloupnosti funkcí.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

21.

- 1. Definujte pojmy:
 - kvadratická funkce a kvadratika (vlastnosti)
 - hyperbola (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - síťová metrika
 - diferenciální rovnice $f(x, y) + g(x, y)y' = 0$ a její formální řešení (Jakým způsobem byl odvozen jeho tvar? Podrobně rozeberte!)
- 2. Vyslovte a dokažte větu o principu superpozice.
- 3. Vyslovte Sylvestrovo kritérium.
- 4. Vyslovte a dokažte větu o nezávislých funkcích a jejich wronskiánu.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

22.

- 1. Definujte pojmy:
 - lineární diferenciální rovnice řádu n
 - typy definitností kvadratických forem
 - elipsa a imaginární elipsa (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - norma



- 2. Vyslovte a dokažte větu o podprostoru

$$[1, x, x^2, \dots, x^{k-2}, x^{k-1}]_{\lambda}$$

prostoru všech řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty.

- 3. Vyslovte a dokažte kritérium analytičnosti, tj. větu o konvergenci Taylorovy řady k výchozí funkci.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

23.

- 1. Definujte pojmy:
 - základní kroky při konstrukci Taylorovy řady. Postup demonstруйте na konstrukci Taylorovy řady funkce $h(x) = x \ln(x)$ v bodě $c = 1$.
 - různoběžky a imaginární různoběžky (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - úhel dvou vektorů v prehilbertovském prostoru $\{\mathcal{V}, \langle \cdot | \cdot \rangle\}$
- 2. Diskutujte rozdíl mezi stejnoměrnou a bodovou konvergencí posloupnosti funkcí na množině o konečném počtu prvků.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o normě generované skalárním součinem.
- 4. Vyslovte a komentujte větu o derivování posloupnosti funkcí člen po členu.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

24.

- 1. Definujte pojmy:
 - diferenciální operátor řádu n a jeho vlastnosti
 - typy excentricity kvadratických forem
 - parabolický válec (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - skalární součin + příklady
- 2. Vyslovte a dokažte supremální kritérium pro posloupnosti funkcí.
- 3. Dokažte elementární vlastnost operátoru \hat{L} . Zformulujte příslušný důsledek o prostorech Ω_0 a Ω_q .
- 4. Vyslovte a dokažte větu o záměně sumy a derivace pro řady funkcí.





Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

25.

- 1. Definujte pojmy:
 - jednodílný hyperboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
 - triviální a skoková metrika
 - uspořádané vektorové spektrum bilineární/kvadratické formy
- 2. Dokažte větu o tvaru partikulárního řešení diferenciální rovnice s konstantními koeficienty s pravou stranou rovnou výrazu $P(x)e^{\alpha x}$, kde $P(x)$ je polynom.
- 3. Vyslovte a dokažte větu o spojitosti součtu řady funkcí.



Záznam o ústní zkoušce z předmětu 01MAB3 (akademický školní rok 2020/2021)		
Příjmení a jméno studenta	Finální hodnocení	Datum
		2021

vyplňte první dvě kolonky a přípravu proveďte přímo do tohoto dokumentu

26.

- 1. Definujte pojmy:
 - normální a kanonický tvar kvadriky
 - konvergence prvků v množině
 - eliptický paraboloid (vyšetřete obě signatury, centrálnost a regularitu – vše podpořte výpočtem)
- 2. Dokažte, že posloupnost $(e^{-nx})_{n=1}^{\infty}$ konverguje podle normy v prostoru $C_0((0, +\infty))$, kde je norma generována skalárním součinem tvaru

$$\langle f|g \rangle := \int_0^{\infty} f(x)g(x)e^{-x} dx.$$

Symbol $C_0((0, +\infty))$ označuje množinu všech spojitých a omezených funkcí na intervalu $(0, +\infty)$.

- 3. Vyslovte Pythagorovu větu a rovnoběžníkovou rovnost. Obě dokažte.
- 4. Vyslovte a komentujte větu o fundamentálním systému rovnice s konstantními koeficienty.



Neopomeňte si připomenout základní pojmy z předešlých semestrů. Speciálně prostudujte níže uvedené pojmy, věty a postupy.

1. limita, spojitost a derivace funkce jedné proměnné (definice a vztahy)
2. vektorový prostor, jeho báze a dimenze
3. podprostor vektorového prostoru
4. vlastní čísla matic, spektrum
5. jádro operátoru
6. lineární varieta a její zaměření
7. ortogonální doplněk podprostoru \mathcal{V} do prostoru \mathcal{W}
8. učivo o kvadratických formách (z algebry)