

Studenti dostanou před přípravou na SZZ tabulku desater integrálních transformací.

1. Makroskopické dopravní zákonitosti a jejich teoretické zdůvodnění.

- 1.1. S pomocí tzv. vyhlazeného počtu částic zaved'te základní makroskopické dopravní veličiny.
- 1.2. Aplikací vyhlazeného počtu částic odvod'te rovnici kontinuity a vztah mezi hustotou, tokem a rychlostí pro homogenní proudění.
- 1.3. [Hlavní teoretická úloha] Představte Greenbergovo odvození obou fundamentálních dopravních závislostí. Odvození proved'te detailně krok po kroku. Výchozí pohybovou rovnicí pro jednodimenzionální kapalinové proudění pouze napište (neodvozujte).
- 1.4. Představte dopravní fáze. Zmiňte jak dvoufázovou teorii, tak třífázovou. Vše také demonstруйте na reálné podobě fundamentálního diagramu.
- 1.5. Vysvětlete základní principy zpracování empirických dopravních dat: 3s-unifikační proceduru.

2. Lighthillův-Whithamův dopravní model a jeho řešení.

- 2.1. Vysvětlete pojem kinematických dopravních vln.
- 2.2. Představte výchozí rovnici Lighthillova-Whithamova modelu a její konsolidovaný tvar. O jaký typ rovnice se matematicky jedná?
- 2.3. Uved'te, jakým způsobem lze tento tvar převést na tvar řešitelný elementárními metodami matematické fyziky. Uved'te pouze výsledný tvar.
- 2.4. Formulujte příslušnou Cauchyovu úlohu a zapište její tvar v řeči zobecněných funkcí.
- 2.5. [Hlavní teoretická úloha] Nalezněte fundamentální řešení příslušného operátoru.
- 2.6. Sestavte vzorec pro řešení úlohy.
- 2.7. Jaká je praktická interpretace převodní funkce $\mu(x, \tau)$?

3. Formulace termodynamického dopravního modelu a odvození rozdělení rychlostí částic.

- 3.1. Definujte termodynamický dopravní model s periodickými okrajovými podmínkami. Diskutujte typy interakčních potenciálů, klasifikujte interakční dosah, představte tvar hamiltoniánu a vysvětlete, co se rozumí pod pojmem rezistivita.
- 3.2. Co rozumíme pojmem stacionární stav systému?
- 3.3. Diskutujte vztah mezi rezistivitou a vnitřním uspořádáním systému, tj. ilustруйте, jak se mění mikrostruktura systému při změně hodnoty rezistivity.

- 3.4. [Hlavní teoretická úloha] Odvod'te statistické rozdělení okamžitých rychlostí částic plynu.
- 3.5. [Hlavní teoretická úloha] Užitím teorie zobecněných funkcí demonstруйте konvergenci hustoty pravděpodobnosti pro rychlost při rezistivitě rostoucí nade všechny meze.

4. Řešení termodynamického modelu s obecným krátkodosahovým potenciálem, specifikace a rozbor výsledků.

- 4.1. [Hlavní teoretická úloha] Aplikací aproximace v sedlovém bodě odvod'te headway-distribuci v termodynamickém modelu s krátkodosahovou repulzí. Užitou metodu sedlového bodu pouze okrajově zmiňte. Detailní formulace této metody se nepožaduje.
- 4.2. Výsledek specifikujte pro hyperbolický potenciál. O jakou třídu distribucí se jedná?
- 4.3. Diskutujte, jak se headway-distribuce mění v závislosti na makroskopických parametrech dopravy. Co jsou limitní stavy této distribuce?
- 4.4. Normalizaci a škálování headway-distribuce neprovádějte. Pouze zmiňte některé zajímavé vlastnosti, které vykazuje chování škálovací konstanty a uveďte, jaká funkce se při normalizaci a škálování objevuje.
- 4.5. Rovnici pro sedlový bod upravte aplikací Laplaceovy transformace do čitelnější interpretace.

5. Analytické odvození časové headway distribuce

- 5.1. [Hlavní teoretická úloha] Na základě znalosti distribuce rychlostí a prostorových světlostí odvod'te hustotu pravděpodobnosti pro časový odstup mezi vozidly.
- 5.2. Výsledek upravte do tvaru řady a detekujte v něm hlavní člen. Dále dokažte, že zbylé členy lze v rozvoji chápat jako členy poruchové členy, jež se při normalizaci neprojevují.
- 5.3. Diskutujte oprávněnost teoretických předpokladů užitých v odvození.
- 5.4. Jak lze při aproximativním odvozování zužitkovat empirické poznatky extrahované z dopravních dat?
- 5.5. Z jakého důvodu je analýza časových rozestupů výhodnější než analýza prostorových rozestupů? Zmiňte při této příležitosti krátce metody akvizice dopravních dat.

6. Teorie balancovaných distribucí a jejich laplaceovských obrazů.

- 6.1. Definujte třídu balancovaných distribucí a diskutujte balanční kritérium. Co je jádro balancované distribuce a co je momentový kód?
- 6.2. Uveďte nejznámější zástupce třídy \mathcal{B} . Jaké operace zachovávají příslušnost ke třídě \mathcal{B} ? Jakou „pestrost“ má třída \mathcal{B} , tj. jaké všechny funkce do ní patří?
- 6.3. Co je distribuční funkce a chvostová distribuční funkce příslušná k balancované hustotě?
- 6.4. Definujte Laplaceovu transformaci nad \mathcal{B} a popište, jaké sympatické vlastnosti mají laplaceovské obrazy balancovaných hustot.
- 6.5. [Hlavní teoretická úloha] Odvoďte vztah mezi Laplaceovým obrazem balancované hustoty a jejím momentovým kódem. Jak tento váš vztah souvisí teorií Taylorových rozvojų?
- 6.6. [Hlavní teoretická úloha] Jak lze ze znalosti momentového kódu hustoty určit momentový kód příslušné chvostové distribuční funkce?

7. Balanční částicový systém a tři způsoby jeho statistického popisu. Poissonovská varianta balančního částicového systému.

- 7.1. Definujte balanční částicový systém? Po neformálním uvedení zaveďte tradiční stochastický popis systému a vysvětlete, proč je výhodné klást jisté omezující matematické předpoklady.
- 7.2. Ukažte, jak lze přecházet mezi jednotlivými stochastickými popisy.
- 7.3. Vysvětlete pojem generátoru BČS a uveďte některé vlastnosti jeho Laplaceova obrazu.
- 7.4. Kdy je BČS nazýván Poissonovským? Jaký je jeho generátor?
- 7.5. [Hlavní teoretická úloha] Aplikací Laplaceovy transformace odvoďte tvar statistického rozdělení multiroztečí v Poissonově BČS.
- 7.6. Co trendová funkce? A jaký je vztah mezi laplaceovskými obrazy trendové funkce a generátoru?

8. Vlastnosti shlukové funkce a jejího Laplaceova obrazu.

- 8.1. Definujte pojem shlukové funkce pro BČS.
- 8.2. [Hlavní teoretická úloha] Odvoďte vztah mezi Laplaceovými obrazy shlukové funkce a generátoru balančního částicového systému.
- 8.3. Odvoďte přesný tvar shlukové funkce pro poissonovský systém.
- 8.4. Co je shluková funkce prvního druhu? A jak souvisí s druhým momentem intervalové frekvence? A jak jí lze vyjádřit pomocí shlukové funkce (nultého druhu)?

9. Statistická rigidita, rozptyl intervalových frekvencí a klasifikace stochastických systémů podle kompresibility

- 9.1. Definujte pojmy statistické rigidity a number variance (rozptyl intervalových frekvencí) a odvoďte vztah mezi nimi.
- 9.2. Určete statistickou rigiditu pro poissonovský systém.
- 9.3. Vysvětlete, jaký tvar má graf statistické rigidity v obecných systémech. Užijte k tomu asymptotických vlastností rigidity.
- 9.4. Zaveďte pojem stochastická kompresibilita a vyslovte klíčovou větu o kompresibilitě a deflekcii.
- 9.5. Jakým způsobem se klasifikují stochastické systémy podle úrovně kompresibility?
- 9.6. [Hlavní teoretická úloha] Určete kompresibilitu pro systém, jehož headway-distribuce je popsána Erlangovým rozdělením

$$h(x) = \frac{(k+1)^{k+1}}{k!} \Theta(x) x^k e^{-(k+1)x}.$$

Užijte faktu, že Laplaceovým obrazem Erlangovy distribuce je funkce

$$H(s) = (k+1)^{k+1} \frac{1}{(1+s+k)^{k+1}}$$

10. Diskrétní dopravní modely a charakteristiky jejich stacionárních stavů.

- 10.1. Definujte model TASEP a jeho parametry. Co rozumíme pojmem stacionární stav systému?
- 10.2. Představte řešení modelu podle Bernarda Derridy (tzv. Matrix Product Ansatz) včetně podmínek kladených na Derridovy matice.
- 10.3. Za jakých podmínek jsou Derridovy matice komutativní? Dokažte!
- 10.4. Jakého tvaru je normalizační konstanta ve formuli pro pravděpodobnost?
- 10.5. Jak jsou v modelu TASEP zavedeny obě základní makroskopické veličiny?
- 10.6. [Hlavní teoretická úloha] Odvoďte tvar fundamentální závislosti $J = J(\rho)$ pro nastavení na linii komutativity.
- 10.7. Jakého obecného tvaru je headway distribuce modelu TASEP analyzovaná v k -té buňce? Představte pouze obecný vzorec pro výpočet headway distribuce a specifikujte ho pro nastavení na linii komutativity.
- 10.8. Který diskretní model je v oblasti dopravního modelování slavnější než model TASEP? Představte jeho kostru a tvar fundamentálního diagramu.