

Jméno a příjmení

1

2

3

4

5

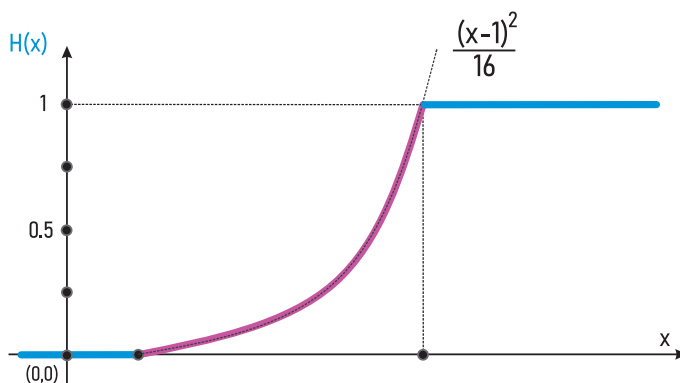
6

Zkoušková písemná práce z předmětu 01UP2 č. 1

pondělí 15. května 2023, 16:00–17:30

1 (5 bodů)

Na obrázku níže je vyobrazena distribuční funkce náhodné veličiny \mathcal{X} . Určete její nosič, rozpětí, střední hodnotu a medián.



2 (2 body)

Nalezněte modus náhodné veličiny popsané hustotou pravděpodobnosti $z(x) = 4\Theta(x)xe^{-2x}$.

3 (3 body)

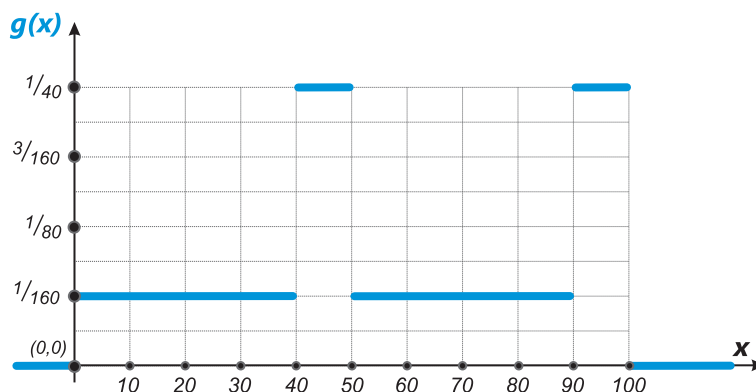
Náhodná veličina \mathcal{X} je popsána hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = \frac{\Theta(2 - |x|)}{2\pi} \sqrt{4 - x^2}.$$

Vykreslete graf hustoty pravděpodobnosti veličiny $\mathcal{Y} = 2\mathcal{X}$ a do stejného obrázku vykreslete také $f(x)$.

4 (5 bodů)

Nakreslete zjednodušený box-plot (tj. bez odlehlých měření) pro náhodnou veličinu, jejíž hustota pravděpodobnosti je vyobrazena na obrázku níže.



5 (5 bodů)

Parametry hustoty pravděpodobnosti

$$f(x) = \Theta(x) \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}$$

nastavte tak, aby střední hodnota náhodné veličiny byla rovna jedné a rozptyl jedné třetině. Užijte vztahu

$$\int_0^\infty y^{s-1} e^{-y} dy = \Gamma(s).$$

Jméno a příjmení

1

2

3

4

5

6

Zkoušková písemná práce z předmětu 01UP2 č. 2

středa 14.června 2023, 9:15 — 10:45

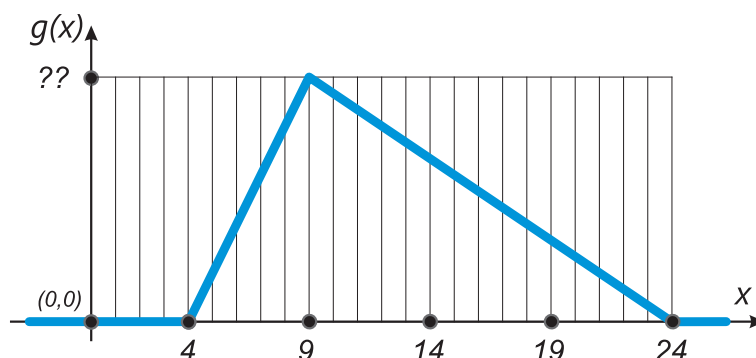
1 (6 bodů)

Pro náhodnou veličinu zadanou distribuční funkcí

$$H(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ \frac{(x-2)^2}{36} & x \in (2, 8) \\ 1 & x \geq 8 \end{cases}$$

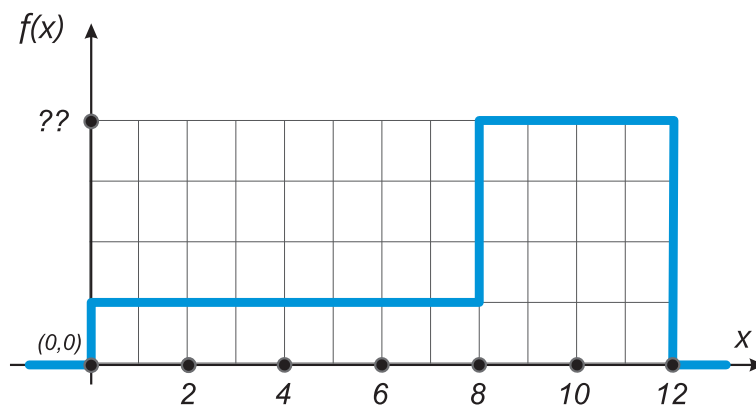
určete střední hodnotu a dolní kvartil.

2 (4 body)

Hustotou pravděpodobnosti náhodné veličiny X je funkce z obrázku. Do obrázku připraveného na druhém papíře vykreslete graf hustoty pravděpodobnosti veličiny $Y = \frac{X}{2}$. Doplněte také chybějící údaj v obrázku.

3 (3 body)

Nakreslete zjednodušený box-plot (tj. bez odlehlých měření) pro náhodnou veličinu, jejíž hustota pravděpodobnosti je vyobrazena na obrázku níže.

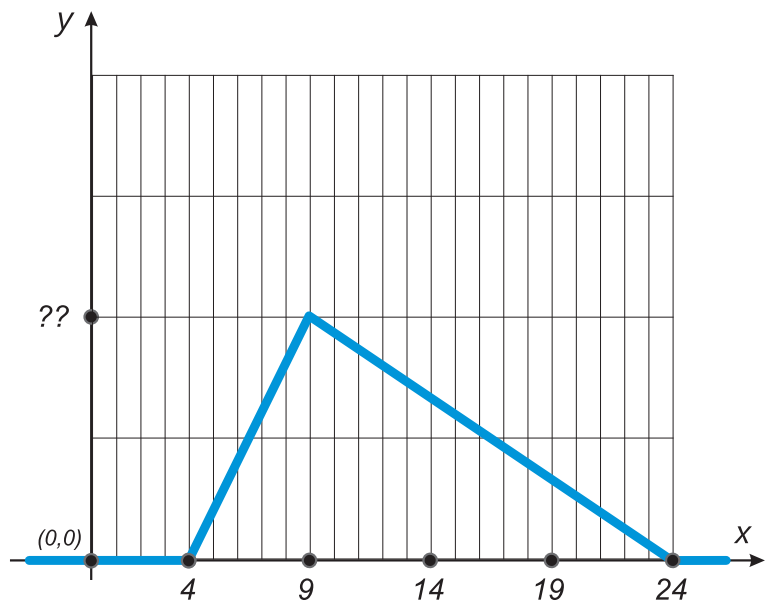


4 (5 bodů)

Nalezněte modus náhodné veličiny popsané hustotou pravděpodobnosti $z(x) = \frac{1}{416}(x^3 - 12x^2 + 45x)$, definovanou na intervalu $\langle 0, 8 \rangle$. Mimo tento interval je hustota pravděpodobnosti nulová.

5 (2 body)

Ukažte, že rozptyl náhodné veličiny může být vypočten na základě znalosti několika málo momentů.



Jméno a příjmení

1

2

3

4

5

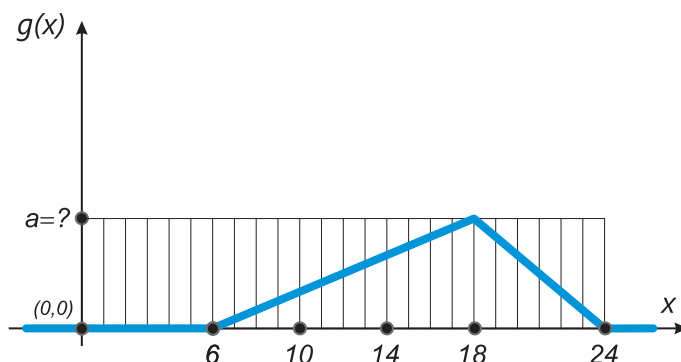
6

Zkoušková písemná práce z předmětu 01UP2 č. 3

pondělí 26.června 2023, 9:15 — 10:45

1 (3 body)

Hustotou pravděpodobnosti náhodné veličiny X je funkce z obrázku. Do obrázku přímo zde na zadání vykreslete graf hustoty pravděpodobnosti veličiny $Y = \frac{X}{3}$. Čemu se musí rovnat číslo a z obrázku?



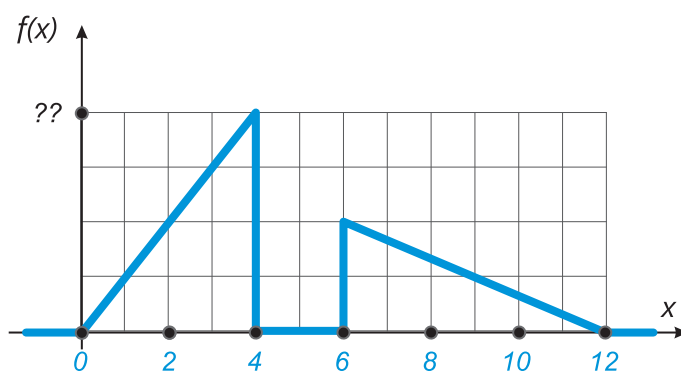
2 (5 bodů)

Nalezněte rozptyl náhodné veličiny popsané hustotou pravděpodobnosti

$$h(x) = \frac{2x \Theta(x)}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}}.$$

3 (4 body)

Určete nosič, pravé pomezí a pravděpodobnost $\mathcal{P}[X < 3 \wedge X > 9]$ pro náhodnou veličinu X , popsanou hustotou pravděpodobnosti z obrázku.



4 (5 bodů)

Pro náhodnou veličinu zadanou hustotou pravděpodobnosti

$$h(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 4 \\ \frac{x-4}{32} & x \in (4, 12) \\ 0 & x \geq 12 \end{cases}$$

určete střední hodnotu a dolní kvartil.

5 (3 body)

Pravděpodobnost je množinová funkce, která množinám přiřazuje číslo udávající pravděpodobnost, že výsledkem pokusu bude hodnota z dané množiny. Jaké obecné vlastnosti tato pravděpodobnost nutně splňuje?

Jméno a příjmení

1

2

3

4

5

6

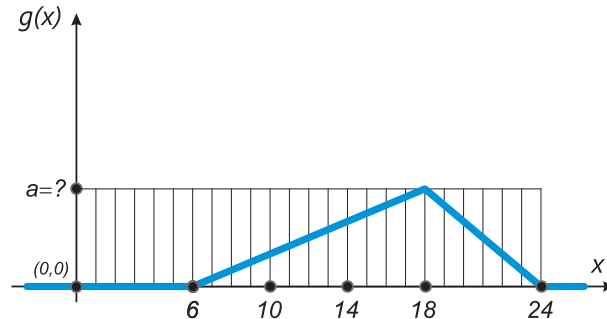
Zkoušková písemná práce z předmětu 01UP2 č. 4

úterý 18. července 2023, 13:00 — 14:30

1 (3 body)

Hustotou pravděpodobnosti náhodné veličiny X je funkce z obrázku. Do obrázku přímo zde na zadání vykreslete graf hustoty pravděpodobnosti veličiny

$$y = \frac{x}{2} - 3.$$



2 (4 body)

Pro náhodnou veličinu zadanou hustotou pravděpodobnosti

$$h(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ \frac{x-2}{18} & x \in (2, 8) \\ 0 & x \geq 8 \end{cases}$$

určete střední hodnotu a α -kvantil, kde $\alpha = 4/9$.

3 (5 bodů)

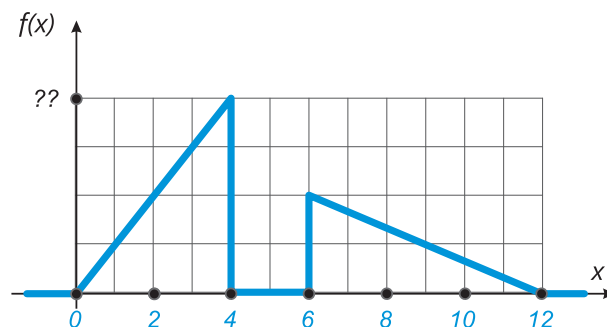
Nalezněte modus náhodné veličiny popsané hustotou pravděpodobnosti

$$g(x) = \frac{x}{216} (2x^2 - 21x + 60),$$

definovanou na intervalu $\langle 0, 6 \rangle$. Mimo tento interval je hustota pravděpodobnosti nulová.

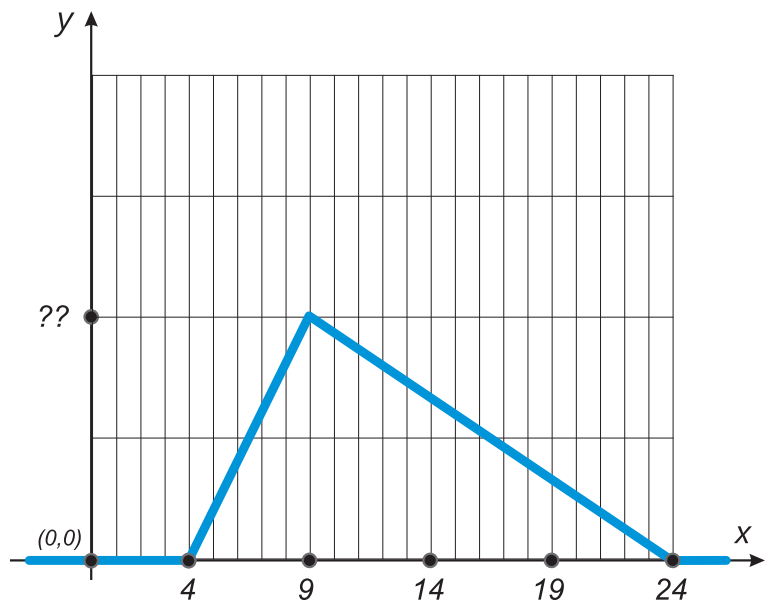
4 (5 body)

Určete nosič, pravé pomezí a pravděpodobnosti $\mathcal{P}[X < 2 \wedge X > 6]$, $\mathcal{P}[X < 2 \vee X > 6]$ pro náhodnou veličinu X , popsanou hustotou pravděpodobnosti z obrázku.



5 (3 body)

Pro náhodnou veličinu z úlohy 2 vypočítejte a co nejpřesněji vykreslete distribuční funkci.



Jméno a příjmení

1

2

3

4

5

6

Zkoušková písemná práce z předmětu 01UP2 č. 5

čtvrtek 14. září 2023, 9:15 — 10:45

1 (4 body)

Nalezněte druhý moment náhodné veličiny X popsané hustotou pravděpodobnosti

$$h(x) = \frac{32x^2 \Theta(x)}{\sqrt{\pi}} e^{-4x^2}.$$

Lze užít faktu, že $\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$.

2 (5 bodů)

Náhodná veličina \mathcal{Y} je popsána distribuční funkcí

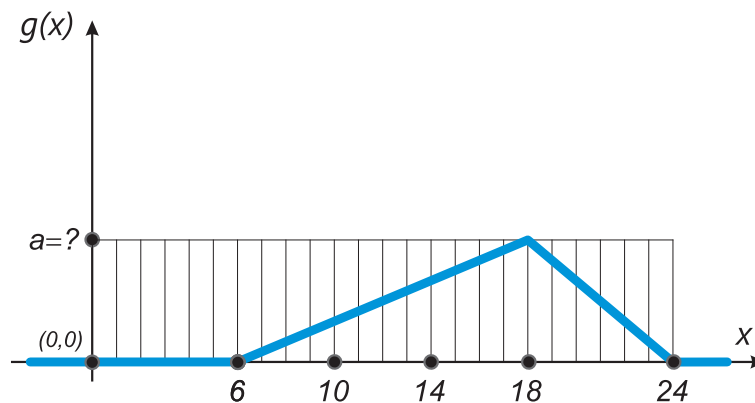
$$H(y) = \begin{cases} 0 & y \leq 1; \\ \frac{(y-1)^3}{27} & y \in (1, 4); \\ 0 & y \geq 4. \end{cases}$$

Vypočítejte pravděpodobnost $\mathcal{P}[\mathcal{Y} > 2 \wedge \mathcal{Y} < 3]$ a střední hodnotu \mathcal{Y} .

3 (3 body)

Hustotou pravděpodobnosti náhodné veličiny X je funkce z obrázku. Do obrázku přímo zde na zadání vykreslete graf hustoty pravděpodobnosti veličiny

$$\mathcal{Y} = \frac{X}{3} - 2.$$



4 (5 bodů)

Nosičem náhodné veličiny

$$X \sim g(x) = Ax(2x^2 - 21x + 60)$$

je interval $(1, 6)$. Nalezněte její modus. A je normalizační konstanta, jejíž hodnota nemá na výsledek žádný vliv.

5 (4 body)

Diskrétní náhodná veličina \mathcal{Z} je popsána Poissonovým rozdělením

$$\mathcal{P}[\mathcal{Z} = k] = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Vypočítejte střední hodnotu této náhodné veličiny. Číslo λ je pevně zvolený kladný parametr.