A cellular automaton model for freeway traffic
Kai Nagel, Michael Schreckenberg
1992

Rešerše: Jiří Šleis
sleisjir@fjfi.cvut.cz

12.12.2011

1 Úvod

V tomto článku byl představen stochastický diskrétní model pro modelování dopravy na dálnici. Při simulacích bylo ukázáno, že tento model vykazuje přechod od volného toku k takzvaným start-stop vlnám při zvyšující se hustotě, stejně jako pozorujeme v reálné dopravě.

1.1 Model

Model je definován na jednorozměrném poli o L buňkách s periodickými nebo otevřenými okrajovými podmínkami. Každá buňka může být obsazená právě jedním vozidlem nebo může být prázdná. Každé vozidlo může mít celočíselnou rychlost mezi nulou a v_{max}. Systém se poté aktualizuje následujícími po sobě jdoucími kroky, které jsou prováděny pro všechna vozidla zároveň:

1. **Zrychlení:** Pokud rychlost vozidla v je menší než v_{max} a vzdálenost k dalšímu vozidlu je větší než $v + 1$, zvětší se rychlost o jedna: $v \to v + 1$
2. **Zpomalení:** Pokud vozidlo v buňce i vidí další vozidlo v buňce $i+j$ ($j \leq v$), zpomalí na rychlost: $v \to j - 1$
3. **Nahodilost:** S pravděpodobností p je rychlost každého vozidla (pokud je větší než 0) snížena o 1: $v \to v - 1$
4. **Pohyb aut:** Každé vozidlo je posunuto o v buněk

Těmito kroky jsou modelovány obecné vlastnosti jednoproudé dopravy. Krok 3 je zásadní, neboť způsobuje přirozené kolísání rychlostí zapříčiněné lidským chováním či vnějšími vlivy. Bez tohoto kroku model při jakékoli počáteční konfiguraci rychle dosáhl stavu, kdy se nějaký stabilní vzorec vozidel pohyboval jednu buňku proti směru dopravy za aktualizaci.

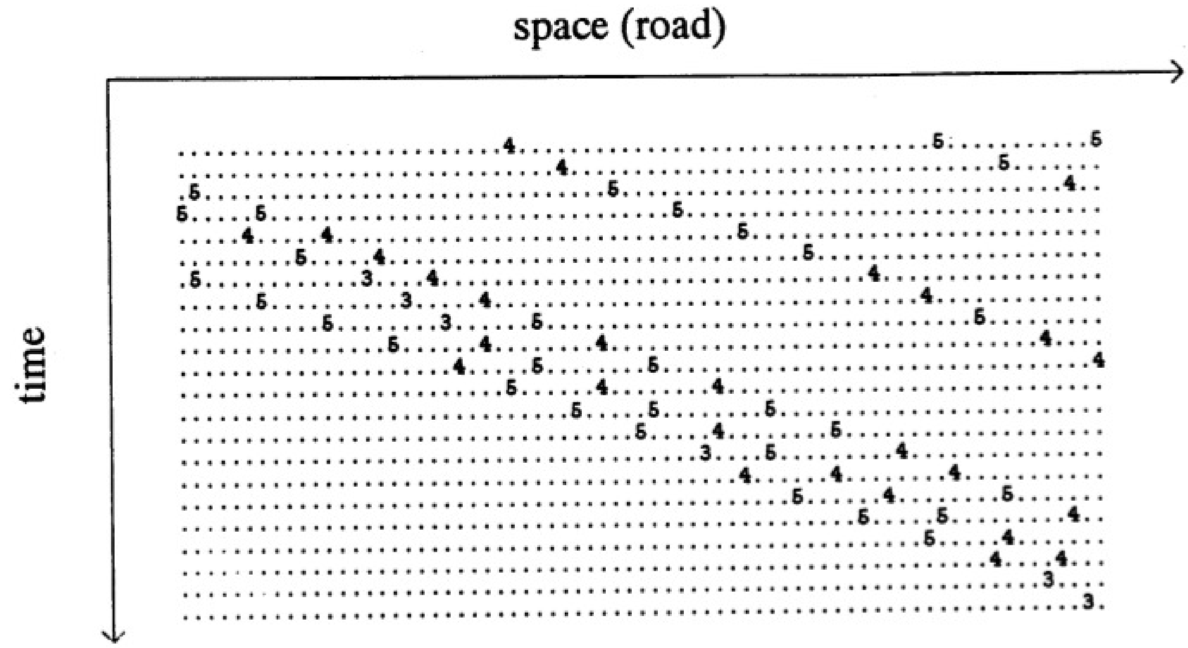
1.2 Periodické okrajové podmínky

Uvažujme situaci kdy se celkový počet vozidel nemění, simulujeme tedy uzavřenou smyčku. Označme počet vozidel N, můžeme tak definovat konstantní hustotu provozu:

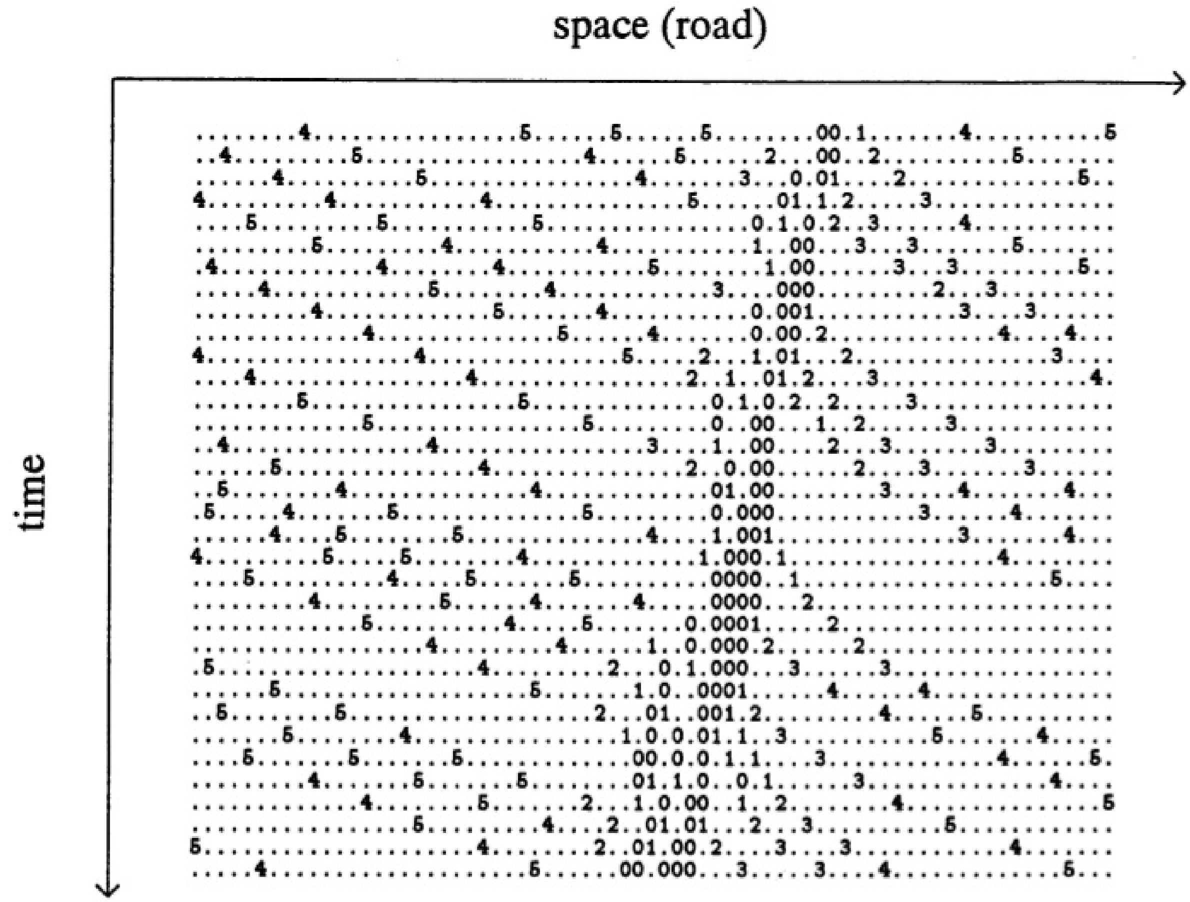
$$\varrho = \frac{N}{L} \tag{1}$$

Toto samozřejmě není v reálné dopravě možné. Abychom se přiblížili realitě, budeme měřit obsazenost buňky i a průměrovat ji přes periodu T:

$$\bar{\varrho}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_i(t), \tag{2}$$



Obr. 1: Simulace dopravy při malé hustotě. Tečka reprezentuje prázdné místo, auto je reprezentováno celočíselnou hodnotou jeho rychlosti, $v_{max} = 5$. Každý řádek je nový stav po kompletní aktualizaci rychlostí, těsně před pohybem vozidel.



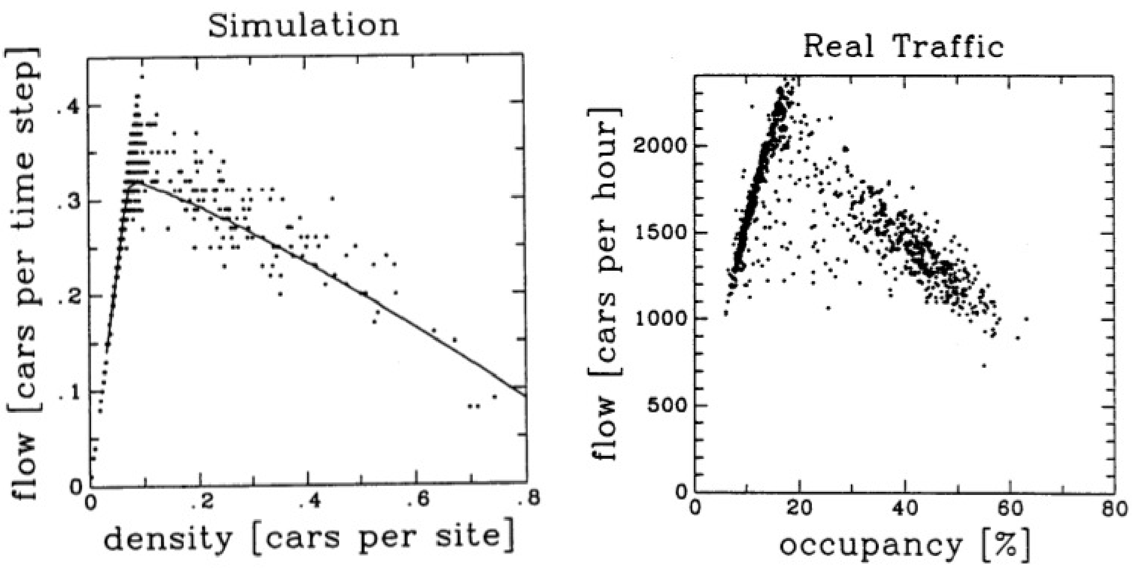
Obr. 2: Simulace dopravy při velké hustotě. Je vidět tvorba dopravní zácpy a její pohyb vzad vůči pohybu vozidel.

kde $n_i(t) = 0(1)$ pokud je buňka i prázdná (obsazená) v kroku t. Snadno nahlédneme, že pro velká T dostaneme: $\lim_{T\to\infty} \bar{\varrho}^T = \varrho$. Dále definujeme průměrný tok jako

$$\bar{q}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_{i,i+1}(t), \tag{3}$$

kde $n_{i,i+1}(t) = 1$ pokud je mezi i a $i+1$ detekován pohyb.

S těmito definicemi můžeme provádět mnoho simulací pro různé hustoty a získat tak závislot $\bar{\varrho}$ na $\bar{q}$, nazývanou fundamentální diagram. Na obrázku 3 vlevo můžete vidět diagram pro prezentovaný model a vpravo pro reálnou dopravu.



Obr. 3: *Vlevo:* Závislost toku na hustotě z výsledků simulace. Tečky jsou průměr za 100 kroků, čára za 10^6 kroků. *Vpravo:* Závislost toku na hustotě naměřená v reálné dopravě.

1.3 Volné okrajové podmínky

Nyní zavedeme jiné okrajové podmínky, zbytek modelu při tom zůstane nezměněn.

- Pokud je první buňka prázdná, obsadí se vozidlem s rychlostí 0.
- Vozidla v posledních šesti buňkách jsou odstraňována.

Můžeme si pod tím představit, že se plná dvouproudá silnice zužuje do jednoho pruhu a po několkika kilometrech se rozšíří do čtyř pruhů.

V takovém to případě se při simulacích doprava po dostatečně dlouhé době ustálila na průměrné hustotě $\langle\varrho\rangle = 0,069 \pm 0,002$ a toku $\langle q\rangle = 0,304 \pm 0,001$.

2 Porovnání s reálnou dopravou

Zde se autoři pokoušeli hrubými odhady najít měřítko modelu, tedy určit velikost jedné buňky a zjistit jakému času odpovídá jedna aktualizace systému.

2.1 Srovnání s délkou vozidla

Uvažujeme, že v kompletní zácpě zabírá jedno vozidlo přibližně 7,5 m místa. Tuto hodnotu tedy bereme jako délku jedné buňky. Při simulacích s malou hustotou dopravy se ukázalo, že průměrná rychlost modelu je 4,5 buňky za jednu aktualizaci ($v_{max} = 5$). To by mělo odpovídat rychlosti kolem 120 km/h (průměrná rychlost na dálnici při volné dopravě, měřeno v Německu). Máme tedy rovnici

$$7,5 \frac{\text{m}}{\text{pozice}} \times 4,5 \frac{\text{pozic}}{\text{krok}} \times \frac{3,6}{120} \frac{\text{s}}{\text{m}}, \tag{4}$$

kde po zkrácení a vynásobení dostáváme, že jedna aktualizace (krok) odpovídá ≈ 1 sekundě.

2.2 Porovnání maximálních kapacit

Dálnice mají maximální kapacitu kolem 2000 aut na hodinu a pruh, což odpovídá 0,56 aut za sekundu. Maximální tok v modelu je kolem 0,32 aut za aktualizaci. Vydělením zjistíme, že jedna aktualizace modelu by měla odpovídat $\frac{0{,}32}{0{,}56} \approx 0,5$ sekundě. To je dvakrát méně než v předchozím případě.

2.3 Podle rychlosti zácpy

Zácpa se pohybuje rychlostí přibližně 15 km/h $\approx$ 4,2 m/s proti směru dopravy. Maximální rychlost modelu je 0,32 buněk za aktualizaci, což je tedy i maximální rychlost zácpy v modelu. Užijeme-li faktu, že jedna buňka odpovídá 7,5 m, bude maximální rychlost zácpy v modelu $\approx$ 2,25 m za aktualizaci. Jeden krok by tak měl trvat $\frac{2{,}25}{4{,}2} \approx 0,7$ sekundy. Čili něco mezi prvním a druhým výsledkem.

Celkově se tedy dospělo k výsledku, že jedna buňka odpovídá 7,5 metrům a doba aktualice je řádově v sekundách.

3 Závěr

Bylo ukázáno, že v tomto modelu se samovolně projevují některé aspekty dopravního toku, jako přechod od volné dopravy při nízké hustotě k dopravním zácpám při vysokě hustotě. Tudíž bere v úvahu některé elementy individuálního (přesto statistického) chování řidiče.

4 Reference

[1] Kai Nagel, Michael Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. J. Phys. I France 2 (1992) 2221-2229.