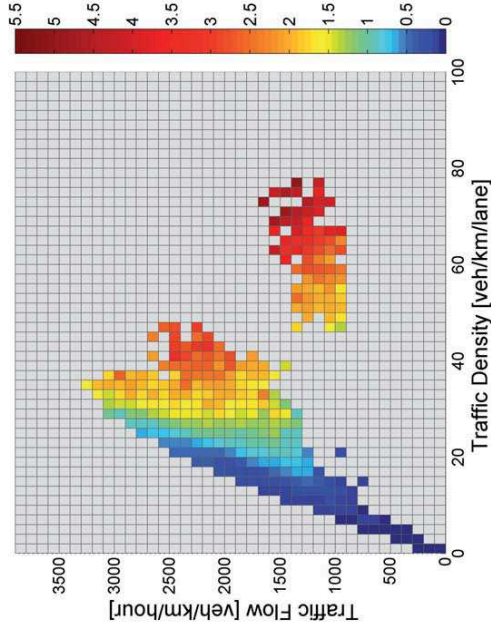


Matematické modelování dynamiky dopravního proudu

[Aplikovaný výzkum na Katedře matematiky FJFI ČVUT]

Skupina aplikované matematiky a stochastiky (GAMS) při Katedře matematiky FJFI ČVUT koncentruje své vědecké aktivity na aplikovaný výzkum. Mezi hlavní oblasti jejího zájmu patří kromě nedestruktivní defektoskopie, analýzy a zpracování signálů či vyhodnocování dat ze statistických šetření také matematické modelování dynamiky sociálních systémů (modely davu, modely pohybu chodců, dopravní modely, modely hromadné dopravy apod.).



Výsledky, jichž skupina v této oblasti dosáhla, byly publikovány jak v prestižních mezinárodních časopisech (Journal of Physics A, Physical Review E, Physica A), tak v populárních periodikách (The Times, Discover, Science News, MF Dnes) a staly se jedním ze základů moderní teorie dopravních systémů.

Cílem optimalizovat reálné dopravní situace

Systematické zkoumání zákonitostí dopravních systémů je v současné době velice rozšířenou vědeckou aktivitou. Motivací k prováděnému výzkumu lze nalézt ve snaze vytvořit funkční dopravní modely a pomocí nich pak optimalizovat reálné dopravní situace. Zatímco se většina dřívějších studií

zabývá formulací tzv. makroskopických modelů pracujících na bázi dynamiky tekutin, některé novější studie přistupují k popisu dopravního vzorku na mikroskopické úrovni, tj. modelují jednotlivá vozidla a vzájemné interakce mezi nimi. Tyto modely užívají jako nástroj popisu termodynamickou fyziku, čili nahlíží na dopravní proud jako na částicový plyn umístěný v teplotní lázni o dané teplotě. Oba zmíněné přístupy, tj. makroskopický a mikroskopický, dávají poměrně jasnou představu o způsobech fungování dopravního systému a jeho významných charakteristikách.

Frustrační efekt a lidský mozek
Mezi nejznámější poznatky o dopravním toku patří skutečnost, že závislost počtu vozidel jedoucích daným místem závisí na hustotě a dopravním toku (tzv. fundamentální diagram) a vykazuje silné saturační vlastnosti. Pro hustoty do 20 vozidel na kilometr roste dopravní tok lineárně s hustotou, zatímco pro hustoty vyšší vykazuje uvedená závislost radikální pokles až do oblasti, kde se formují tolik neobliběné dopravní zácpy (okolo 70 vozidel na kilometr). Přitom hysterzi povaha fundamentálního diagramu je nade vše pochyby způsobena lidským faktorem, tj. nárůstem psychologického stresu řidiče v oblasti, kdy hustota provozu stoupá směrem ke kritickým hodnotám. Podobné chování lze detekovat také pro závislost rychlosti na dopravní hustotě. Zatímco pro malé hustoty je průměrná rychlost vozidel značná, po dosažení kritické hustoty tato prudce klesá, což opět souvisí s mírou stresu řidiče, když v přehusšeném provozu již není možno se bezpečně pohybovat vysokou rychlostí. Frustrační efekt se tak silně projevuje také v automobilové dopravě, kde produkují celou řadu nežádoucích efektů. Globálně vzato, všechny důvody pro vznik dopravních neolib (saturovaných stavů a kongescí) jsou ukryty uvnitř lidského mozku.

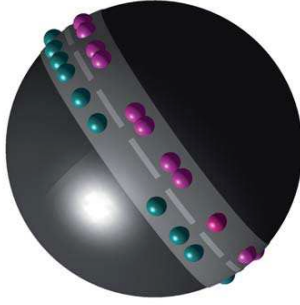
Měření pomocí teorie kvantového chaosu

Vzájemné působení mezi řidiči uvnitř dopravního vzorku ani hladina stresu jednotlivého řidiče nemožno však být z pochopitelných důvodů měřeny přímými metodami. Nicméně způsob, jak tyto psychologické veličiny měřit, může být nalezen v teorii kvantového chaosu. Tato teorie totiž vybu-

dovala aparát, kterým je možno detailně klasifikovat pravděpodobnosti povaha chaotických systémů a odhalit tím jejich obecné zákonitosti. Zkoumáním pravděpodobnostních rozdělení odstupů mezi sousedními vozidly v dopravní koloně tak může po aplikaci matematické teorie chaosu dopravní principy, jimiž se dopravní systémy řídí a detekovat tím, jak velké je silové působení (mentální povahy) mezi řidiči jednotlivých vozidel. Jak bylo odhaleno jednou z elementárních procedur teorie chaosu, odpudivá síla vycházející ze snahy zamezit nežádoucí srážce vozidel je neřímno úměrná čtvrci vzdálenosti k nárazníku předchozího vozidla. Čím je tedy vzdálenost vozidel větší, tím je mentální odpuzování silnější.

Tato elementární zákonitost je všeobecně známa a byla již detekována například při větším počtu studií dynamiky davu v například uměrně svým vlastním způsobem. Stoupne-li ovšem hustota ke kritické hodnotě (kolem čtyřiceti vozidel na kilometr), psychologický tlak kladený na řidičovu psychiku prudce vzroste, neboť v hustém provozu musí řidič za krátký časový okamžik vyhodnocovat obrovské množství informací a přizpůsobovat vlastní pohyb velice pružně pohybu okolních vozidel. Dostoupí-li hladina mentálního stresu kritické hodnoty a většího počtu řidičů, celý vzorek razantně sníží průměrnou rychlost s cílem eliminovat nezákladní psychologické vypětí. Roste-li hustota i nadále, průměrná rychlost neustále poklesá a v konečné fázi vede k velice neobliběnému vyvrtání dopravních zácp (kongescí).

Dopravní kongescce jako specifický příklad nelinearity
Dopravní kongescce se formují okolo devadesáti vozidel na kilometr (druhá kri-

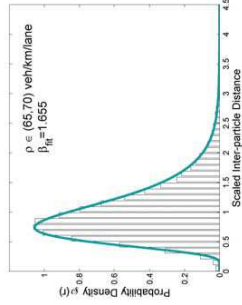


Skématická reprezentace termodynamického dopravního modelu

Jak bylo odhaleno jednou z elementárních procedur teorie chaosu, odpudivá síla vycházející ze snahy zamezit nežádoucí srážce vozidel je neřímno úměrná čtvrci vzdálenosti k nárazníku předchozího vozidla.

řidiče atd.), všechny tyto faktory se nakonec v šedé kůře mozkové slučují do jediného výstupu, kterým je tzv. mentální dopravní stres. Jeho hladina, jak bylo objeveno pečlivými analýzami dopravních dat, významně závisí především na aktuální hustotě dopravního vzorku. Je-li hustota vozidel nízká, psychika řidiče není zatěžována náročným rozhodováním a řidič se tak může pohybovat úměrně svým vlastním možnostem. Stoupne-li ovšem hustota ke kritické hodnotě (kolem čtyřiceti vozidel na kilometr), psychologický tlak kladený na řidičovu psychiku prudce vzroste, neboť v hustém provozu musí řidič za krátký časový okamžik vyhodnocovat obrovské množství informací a přizpůsobovat vlastní pohyb velice pružně pohybu okolních vozidel. Dostoupí-li hladina mentálního stresu kritické hodnoty a většího počtu řidičů, celý vzorek razantně sníží průměrnou rychlost s cílem eliminovat nezákladní psychologické vypětí. Roste-li hustota i nadále, průměrná rychlost neustále poklesá a v konečné fázi vede k velice neobliběnému vyvrtání dopravních zácp (kongescí).

Statistické rozdělení vzdálenosti sousedních vozidel v synchronizovaném dopravním režimu



tická hustota) a jejich vznik je opět způsoben psychologickými vlivy. Při takto velkých hustotách již řidič není schopen bezpečně se pohybovat v koloně ani při tak nízkých rychlostech, jako je například deset kilometrů za hodinu. Jediný bezpečný způsob, jak postupovat vpřed, je tedy obecně zastavení s následným opakovaným rozjížděním. Rozpouštění dopravní kongescce tudíž musí být doprovázeno „zřetěním“ dopravního vzorku, tedy poklesem hustoty pod kritickou hodnotu. Navíc oblast nadkritických hustot dopravního systému je charakterizována vysokou výškou výskytu cizlovlnových stavů. Tento nelineární stav systému je v matematické fyzice označován jako chaotický.

Koeficient stresu řidiče

Jakkoli se zdá, že detekovat úroveň dopravního stresu je nemožné, opak je pravdou. Prostředkem na měření koeficientu mentálního stresu řidiče je opět teorie chaosu, speciálně teorie náhodných matic. Dopravní systémy je pro tyto účely modelováno jako jednorozměrný plyn molekul (vozidel) umístěný v teplotní lázni o jisté termodynamické teplotě. Je-li termodynamická teplota měřítkem chaosu ve fyzice plynu, je dopravním ekvivalentem této teploty právě koeficient stresu, přesněji: jeho převrácená hodnota. Čím je koeficient stresu systému nižší, tím je organizace systému náhodnější (vozidla se pohybují prakticky nezávisle) a naopak, s rostoucími stresovými koeficientem stoupá v systému statistický řád.

Matematické modelování dopravního proudu

Znalost matematického vztahu popisujícího alespoň přibližně vzájemnou interakci mezi řidiči v dopravním vzorku společně s fenomenologicky určenou závislostí stresového koeficientu řidiče umožňuje vytvořit inteligentní dopravní model fungující na principech statistické fyziky, který bude generovat stejná pravděpodobnostní rozdělení mikroskopických veličin, jaká jsou odhalena při reálných dopravních situacích. Zmíněný model pak může být využit k numerickým simulacím otevřených dopravních problémů a na základě jeho výsledků může být stanovena optimální strategie při jeho řešení.

Doc. Mgr. Milan Kráček, Ph.D.,
Katedra matematiky, FJFI

[Ilustrace: autor]